

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Damjan Čiča**

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

Mentor:

Prof. dr. sc. Biserka Runje, dipl. ing.

Student:

Damjan Čiča

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svojoj mentorici prof. dr. sc. Biserki Runje i asistentici mag. ing. Amaliji Horvatić Novak na pomoći i danim savjetima prilikom izrade rada.

Najviše se zahvaljujem majci Mariji, ocu Petru, bratu Josipu i djevojci Viktoriji na razumijevanju, pomoći i podršci tijekom cijelog školovanja.

Damjan Čiča



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo  
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje
Datum 30-11-2016. Prilog
Klasa: 602-04/16-613
Ur.broj: 15-1103-16-386

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **DAMJAN ČIČA**

Mat. br.: 0036456568

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **ANALIZA KVALITATIVNIH VARIJABLI**

Naslov rada na engleskom jeziku: **ANALYSES OF QUALITATIVE VARIABLES**

Opis zadatka:

S obzirom na karakteristične vrijednosti koje varijabla može poprimiti razlikujemo kvantitativne i kvalitativne varijable. U radu je potrebno definirati kvalitativne varijable s obzirom na njihova mjerna svojstva te sistematizirati metode opisivanja i testiranja istih. U eksperimentalnom dijelu je potrebno provesti analizu kvalitete mjernog sustava za kvalitativne varijable, analizirati kvalitativne utjecajne parametre u postupku mjerenja računalnom tomografijom (CT) te dati primjer statističkog testiranja kvalitativnih varijabli.

U tekstu diplomskog rada potrebno je navesti korištenu literaturu i eventualnu pomoć pri izradi.

Zadatak zadan:

29. rujna 2016.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Biserka Runje

Rok predaje rada:

1. prosinca 2016.

Predviđeni datum obrane:

7., 8. i 9. prosinca 2016.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Franjo Cajner

## SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
2. STATISTIČKE VARIJABLE .....	3
2.1. Podjela statističkih varijabli .....	3
2.1.1. Kvalitativne varijable .....	4
2.1.2. Kvantitativne varijable .....	4
3. ANALIZA KVALITATIVNIH VARIJABLI .....	6
3.1. Tablično prikazivanje kvalitativnih podataka .....	6
3.2. Grafičko prikazivanje kvalitativnih podataka .....	7
3.2.1. Stupčani grafikon .....	8
3.2.2. Strukturni krug .....	10
3.2.3. Paretoov dijagram .....	11
4. PLANIRANJE POKUSA .....	14
4.1. Povijest planiranja pokusa .....	14
4.1.1. Poljoprivredni korijeni .....	15
4.1.2. Prva industrijska revolucija .....	15
4.1.3. Druga industrijska revolucija .....	16
4.1.4. Moderno doba .....	17
4.2. Inženjerski pokusi .....	17
4.3. Koncept planiranja pokusa .....	18
4.4. Osnovna načela planiranja pokusa .....	19
4.5. Koraci planiranja, provođenja i analize eksperimenta .....	21
4.5.1. Faktori .....	21
5. BLOKIRANJE .....	23
5.1. Slučajevi blokiranja .....	23
5.2. Primjer blokiranja .....	24

6. VIŠEFAKTORIJALNI DIZAJN .....	26
6.1. Faktorijalni dizajn s dva faktora .....	26
6.1.1. Aditivna struktura ćelija .....	27
6.1.2. Neadditivna strukturna ćelija.....	29
6.1.3. Testiranje hipoteza .....	31
6.2. Proširenje na dizajn s tri faktora .....	32
6.3. Određivanje veličine uzorka.....	32
7. $2^k$ FAKTORIJALNI DIZAJN.....	33
7.1. Opći oblik .....	33
7.2. Procjena učinka faktora.....	35
7.3. $2^k$ faktorijalni dizajn s tri faktora.....	36
7.4. Nereplicirani $2^k$ faktorijalni dizajn .....	38
7.5. Blokiranje u $2^k$ faktorijalnom dizajnu .....	39
7.5.1. Blokiranje u repliciranom dizajnu .....	39
7.5.2. Blokiranje u nerepliciranom dizajnu .....	40
7.5.3. Blokiranje u $2^3$ faktorijalnom dizajnu .....	41
7.5.4. Stupnjevi slobode.....	44
7.6. Alternativna metoda dodjeljivanja tretmana blokovima .....	45
8. EKSPERIMENT .....	48
8.1. Metodologija korištena za izradu i vrednovanje matematičkih modela .....	51
8.2. Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem vanjskog promjera cilindra i izrada matematičkog modela za opisivanje utjecaja parametara mjerenja na vanjski promjer .....	54
8.3. Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem unutarnjeg promjera cilindra i izrada matematičkog modela za opisivanje utjecaja parametara mjerenja na unutarnji promjer .....	57
8.4. Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem duljine cilindra i izrada matematičkog modela za opisivanje utjecaja parametara mjerenja na duljinu .....	60

8.5.	Grafički prikaz značajnih razlika .....	64
8.5.1.	Grafički prikaz značajnih utjecaja za vanjski promjer cilindra .....	64
8.5.2.	Grafički prikaz značajnih utjecaja za unutarnji promjer cilindra .....	66
8.5.3.	Grafički prikaz značajnih utjecaja za duljinu cilindra .....	68
9.	ZAKLJUČAK .....	72

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Kategorizacija varijabli .....	4
Slika 2.	Načini prikazivanja kvalitativnih podataka .....	6
Slika 3.	Stupčani grafikon grešaka po danu u tjednu .....	8
Slika 4.	Stupčani grafikon grešaka po radniku .....	9
Slika 5.	Stupčani grafikon postotnog udjela grešaka po radniku.....	10
Slika 6.	Strukturni krug grešaka .....	11
Slika 7.	Pareto dijagram grešaka.....	12
Slika 8.	Faze razvoja planiranja pokusa .....	14
Slika 9.	Faze poljoprivrednog razvoja planiranja pokusa .....	15
Slika 10.	Faza prve industrijske revolucije razvoja planiranja pokusa .....	16
Slika 11.	Faza druge industrijske revolucije razvoja planiranja pokusa .....	17
Slika 12.	Opći model procesa .....	19
Slika 13.	Mjerenje tvrdoće .....	24
Slika 14.	Grafički prikaz aritmetičkih sredina ćelija [9] .....	29
Slika 15.	Osnovna kombinacija tretmana.....	34
Slika 16.	Yates-ova notacija u koordinatnom sustavu .....	35
Slika 17.	Kombinacija tretmana s tri faktora.....	36
Slika 18.	Aluminijski cilindar.....	48
Slika 19.	CT skener.....	48
Slika 20.	Mjere aluminijskog cilindra.....	50
Slika 21.	Normalizirani papir vjerojatnosti za vanjski promjer cilindra.....	56
Slika 22.	Usporedba stvarnog i modelom izračunatog odziva za vanjski promjer cilindra ..	56
Slika 23.	Normalizirani papir vjerojatnosti za unutarnji promjer cilindra .....	59
Slika 24.	Usporedba stvarnog i modelom izračunatog odziva za unutarnji promjer cilindra .....	60



---

Slika 25.	Normalizirani papir vjerojatnosti za duljinu cilindra .....	62
Slika 26.	Usporedba stvarnog i modelom izračunatog odziva za duljinu cilindra .....	63
Slika 27.	Utjecaj faktora A na vanjski promjer cilindra .....	64
Slika 28.	Utjecaj faktora B na vanjski promjer cilindra.....	65
Slika 29.	Utjecaj interakcije AB na vanjski promjer cilindra.....	65
Slika 30.	Utjecaj faktora A na unutarnji promjer cilindra.....	66
Slika 31.	Utjecaj faktora B na unutarnji promjer cilindra .....	67
Slika 32.	Utjecaj faktora C na unutarnji promjer cilindra .....	67
Slika 33.	Utjecaj interakcije AB na unutarnji promjer cilindra.....	68
Slika 34.	Utjecaj faktora A na duljinu cilindra .....	69
Slika 35.	Utjecaj faktora B na duljinu cilindra .....	69
Slika 36.	Utjecaj faktora C na duljinu cilindra .....	70
Slika 37.	Utjecaj interakcije AB na duljinu cilindra .....	70

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Greške pojedinih radnika .....	7
Tablica 2. Tablica podataka za dokazivanje aditivnog karaktera.....	27
Tablica 3. Računanje granične redne aritmetičke sredine .....	27
Tablica 4. Računanje granične stupčane aritmetičke sredine.....	28
Tablica 5. Računanje $\alpha$ i $\beta$ učinka .....	28
Tablica 6. Tablica sa svim vrijednostima .....	28
Tablica 7. Tablica interakcija uz aditivno svojstvo .....	29
Tablica 8. Tablica podataka za dokazivanje neaditivnog karaktera.....	30
Tablica 9. Tablica s podacima.....	30
Tablica 10. Tablica interakcija bez aditivnog svojstva.....	30
Tablica 11. Yates-ova notacija s dva faktora .....	34
Tablica 12. Yates-ova notacija s tri faktora .....	37
Tablica 13. Kombinacija tretmana s dva faktora.....	40
Tablica 14. Određivanje blokova s dva faktora.....	40
Tablica 15. Dodjeljivanje tretmana blokovima s dva faktora .....	41
Tablica 16. Kombinacija tretmana s tri faktora.....	41
Tablica 17. Određivanje blokova s tri faktora i veličinom bloka četiri.....	42
Tablica 18. Dodjeljivanje tretmana blokovima s tri faktora i veličinom bloka četiri.....	42
Tablica 19. Određivanje blokova s tri faktora i veličinom bloka dva .....	43
Tablica 20. Dodjeljivanje tretmana blokovima s tri faktora i veličinom bloka dva .....	44
Tablica 21. Stupnjevi slobode .....	44
Tablica 22. Kombinacija tretmana s 0 i 1 razinama faktora .....	45
Tablica 23. Tablica modularnih aritmetičkih sredina .....	46
Tablica 24. Određivanje blokova koristeći modularne aritmetičke sredine .....	47
Tablica 25. Dodjeljivanje tretmana blokovima određenim modularnim aritmetičkim sredinama .....	47

---

Tablica 26. Rezultati mjerenja .....	51
Tablica 27. ANOVA za matematički model za izračunavanje vanjskog promjera cilindra .....	54
Tablica 28. Veličine za opisivanje kvalitete izrađenog matematičkog modela za izračunavanje vanjskog promjera .....	55
Tablica 29. Statistički podaci svakog pojedinog člana za vanjski promjer cilindra .....	55
Tablica 30. ANOVA za matematički model za izračunavanje unutarnjeg promjera cilindra ..	57
Tablica 31. Veličine za opisivanje kvalitete izrađenog matematičkog modela za izračunavanje unutarnjeg promjera .....	58
Tablica 32. Statistički podaci svakog pojedinog člana za unutarnji promjer cilindra .....	58
Tablica 33. ANOVA za matematički model za izračunavanje duljine cilindra .....	60
Tablica 34. Veličine za opisivanje kvalitete izrađenog matematičkog modela za izračunavanje duljine .....	61
Tablica 35. Statistički podaci svakog pojedinog člana za duljinu cilindra .....	62

**POPIS KRATICA**

TQM	<i>Total Quality Management</i>	Menadžment potpune kvalitete
CQI	<i>Continuous Quality Improvement</i>	Kontinuirano poboljšanje kvalitete
6σ	<i>Six Sigma</i>	Šest sigma
CRD	<i>Completely Randomized Design</i>	Potpuno nasumičan dizajn
RCBD	<i>Randomized Complete Block Design</i>	Nasumični potpuni blok dizajn
SD	<i>Surface Determination</i>	
BH	<i>Beam Hardening</i>	
NR	<i>Noise Reduction</i>	

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Opis
$Y_{i,j,k}$	Interakcija u višefaktorijalnom dizajnu
$\bar{\mu}_i$	Granična aritmetička sredina reda
$\bar{\mu}_j$	Granična aritmetička sredina stupca
$\mu_{i,j}$	Aritmetička sredina ćelije
$(\alpha\beta)_{i,j}$	Interakcija
$H_0$	Nulta hipoteza
$\bar{y}_{i..}$	Pretpostavljeni iznos granične aritmetičke sredine faktora A
$\bar{y}_{j..}$	Pretpostavljeni iznos granične aritmetičke sredine faktora B
$\Phi^2$	Veličina uzorka
$D$	Razlika između maksimalnog iznosa $\bar{\mu}$ i minimalnog iznosa $\bar{\mu}$
$b$	Broj opažanja za svaku razinu faktora A
$a$	Broj opažanja za svaku razinu faktora B
$A$	Učinak faktora A
$B$	Učinak faktora B
$AB$	Interakcija faktora A i B
$SS(\text{učinak})$	Suma kvadrata učinka
$t^*$	$t$ -test
$F$	$F$ -distribucija
$L_{AB}$	Kontrast faktora A i B
$L_{AC}$	Kontrast faktora A i C
$L_{BC}$	Kontrast faktora B i C
$L_{ABC}$	Kontrast faktora A, B i C
$R^2$	Koeficijent determinacije

---

$SS_{\text{ost}}$	Suma kvadrata ostataka
$SS_{\text{model}}$	Suma kvadrata modela
$R_{\text{adj}}^2$	Prilagođeni koeficijent determinacije
$df_{\text{ost}}$	Stupnjevi slobode ostataka
$df_{\text{model}}$	Stupnjevi slobode modela
$R_{\text{pred}}^2$	Predviđeni koeficijent determinacije
$PRESS$	Predviđena suma kvadrata ostataka
$\hat{y}$	Izračunata vrijednost
$\bar{V}(\hat{y})$	Prosječna predviđena greška
$p$	Broj parametara modela
$n$	Broj eksperimenata
$\sigma^2$	Varijanca ostataka

## SAŽETAK

Tema ovog rada je definirati kvalitativne varijable uzimajući u obzir njihova mjerna svojstva te dati sistematski pregled metoda opisivanja i definiranja tih varijabli. Kako je svaki proces definiran utjecajem kvantitativnih, ali isto tako i kvalitativnih parametara, važno je proučiti metode statističkih testiranja istih.

U prvom je poglavlju dan općeniti opis kvalitativnih varijabli, pri čemu njihova upotreba nije ograničena na inženjerska područja. Definirana su tri glavna obilježja tih varijabli te način njihovog prikupljanja. U drugom je poglavlju dana definicija statističkih varijabli, njihova podjela i značajke svake pojedine vrste. Sljedeći je korak bio prikazati metode analize kvalitativnih podataka te njihovog prikazivanja ovisno o vrsti pojedine varijable. Jezgra ovoga rada je analiza metoda planiranja pokusa, njihovog podrijetla te primjeni iz inženjerskog aspekta. Objašnjeni su različiti koncepti koji predstavljaju osnovu tog veoma važnog načina analize utjecajnih parametara u pojedinim procesima. Isto tako su definirani koraci za planiranje, provođenje i u konačnici analizu eksperimenta. Također su objašnjeni principi blokiranja nepoželjnih utjecaja. Fokus rada je bio na višefaktorijalnom dizajnu, i to onom koji analizira potencijalni utjecaj parametara koji posjeduju samo dvije razine, odnosno na  $2^k$  faktorijalnom dizajnu. Objašnjeni su koraci matematičke analize ćelija na kojima se temelje ovi dizajni. Važno je bilo navesti metode koje služe određivanju blokova kojima pojedini faktori pripadaju. Neophodno je bilo objasniti navedene metode na stvarnom primjeru. Koristeći podatke o mjerama aluminijskog cilindra, točnije o njegovom unutarnjem i vanjskom promjeru te duljini, proveden je plan pokusa u svrhu utvrđivanja potencijalnih utjecajnih parametara prilikom mjerenja tih veličina. Isto tako je provedena statistička analiza triju parametara koja je rezultirala zaključcima o značajnosti utjecaja svakog pojedinog faktora.

Ključne riječi: kvalitativne varijable, planiranje pokusa,  $2^k$  faktorijalni dizajn.

## SUMMARY

The theme of this work is defining qualitative variables taking into account their measurement properties, and providing a systematic overview of the methods for describing and defining these variables.

As each process is defined by the influence of quantitative, but also qualitative parameters, it is important to study the methods for performing statistical testing of these variables. A general description of qualitative variables, not limited to engineering areas, is given in the first chapter. There are three main characteristics defining this kind of variables and a common method of collecting them. The second chapter is about defining statistical variables, their division and characteristics of each type. The next step was to demonstrate the methods of analyzing qualitative data and the way they are displayed depending on the type of each individual variable. The core of this paper is to analyze the methods of planning experiments, their origin and application from an engineering aspect. Different concepts that provide a base for this very important method of analysing influential parameters in individual processes are explained. The steps for planning, conducting and finally analysing an experiment are also defined, as well as the principles of blocking undesirable influencing factors. The focus of the study was on multifactorial designs, particularly the one that provides analysis of parameters with only two levels, the  $2^k$  factorial design. The steps for performing a mathematical analysis of cells underlying these designs were given. It was important to specify the methods used to determine into which blocks certain factors belong. It was necessary to explain the above mentioned methods on a real example. Using a set of data about the measurements of an aluminium cylinder, more specifically about its inner and outer diameter and length, a design of an experiment was carried out in order to determine the potential influence of parameters when measuring these quantities. A statistical analysis of three parameters was also carried out. It resulted in a few conclusions about the significance of each factor.

Key words: qualitative variables, design of experiments,  $2^k$  factorial design.



## 1. UVOD

Kvalitativni se podaci mogu prikupljati u različitim aspektima znanosti, od socioloških istraživanja do statističkih analiza. Ovisno u području interesa, prikupljeni se podaci interpretiraju od strane istraživača, te se na osnovi subjektivne procjene važnosti pojedinih faktora proučava njihov potencijalni utjecaj na rezultate mjerenja.

Analiza kvalitativnih podataka obuhvaća skup postupaka i procedura pomoću kojih istraživač od prikupljenih informacija donosi zaključke i interpretira ponašanja ljudi, situacije koje proučava i potencijalne utjecajne faktore statističkih analiza. Ova se analiza temelji na interpretativnoj filozofiji. Smisao je ispitati značenje i simbolički sadržaj kvalitativnih podataka.

Analiza kvalitativnih podataka uključuje identifikaciju, pregled i interpretaciju uzoraka i tema u tekstualnim podacima i proučava kako spomenuti obrasci pomažu pri donošenju zaključaka i odgovora na istraživačka pitanja [3].

Tri su glavna obilježja analize kvalitativnih podataka:

- ne provodi se po univerzalnim pravilima
- proces analize jako ovisi o evaluaciji istraživača i kontekstu same studije
- proces se s vremenom mijenja i prilagođava kako studija napreduje, a količina dostupnih podataka postaje sve veća.

Kvalitativni se podaci mogu analizirati na mnogo načina, te je nemoguće precizirati točan slijed provedbe te analize. Unatoč tome, postoji nekoliko stavki koje su zajedničke svim pristupima analize takvih podataka unatoč njihovoj raznolikosti, a to su:

- istraživanje se provodi tijekom dužeg vremenskog perioda u suradnji sa sudionicima u njihovom prirodnom okruženju s ciljem dobivanja što boljeg uvida u svakodnevicu tih istih sudionika, krugova u kojima se kreću i organizaciju u kojoj rade
- uloga istraživača je postizanje vlastite integracije u promatrano okruženje
- uporaba standardiziranih mjernih instrumenata je svedena na minimum, glavni instrument u istraživanju predstavlja sam istraživač

- istraživač nastoji sakupiti podatke kroz proces konstantne prisutnosti i empatičnog razumijevanja ponašanja sudionika
- najveći dio rezultata analize se opisuje riječima
- istraživač nastoji uočiti obrasce ponašanja među sudionicima
- istraživač nastoji uočiti obrasce među opažanim potencijalnim utjecajnim faktorima na rezultate analize
- interpretacija promatranih varijabli je uglavnom subjektivna, to jest ovisi o istraživaču, što znači da on sam određuje koje će podatke, odnosno varijable, uzeti u obzir prilikom donošenja zaključaka o studiji [4].

## 2. STATISTIČKE VARIJABLE

Varijablom se naziva bilo koja karakteristika, broj ili količina koju je moguće izmjeriti ili izbrojati [1]. U statistici ona ima dva obilježavajuća svojstva:

- varijabla je atribut koji opisuje osobu, mjesto, stvar ili ideju
- vrijednost varijable se može mijenjati iz jednog entiteta u drugi.

Varijabla se također može smatrati podatkovnom stavkom. Pojmovi kao što su spol, dob, zarada, mjesto i datum rođenja predstavljaju varijable zato što njihova vrijednost može varirati između podatkovnih jedinica u danoj populaciji. Njen se iznos također mijenja tijekom vremena.

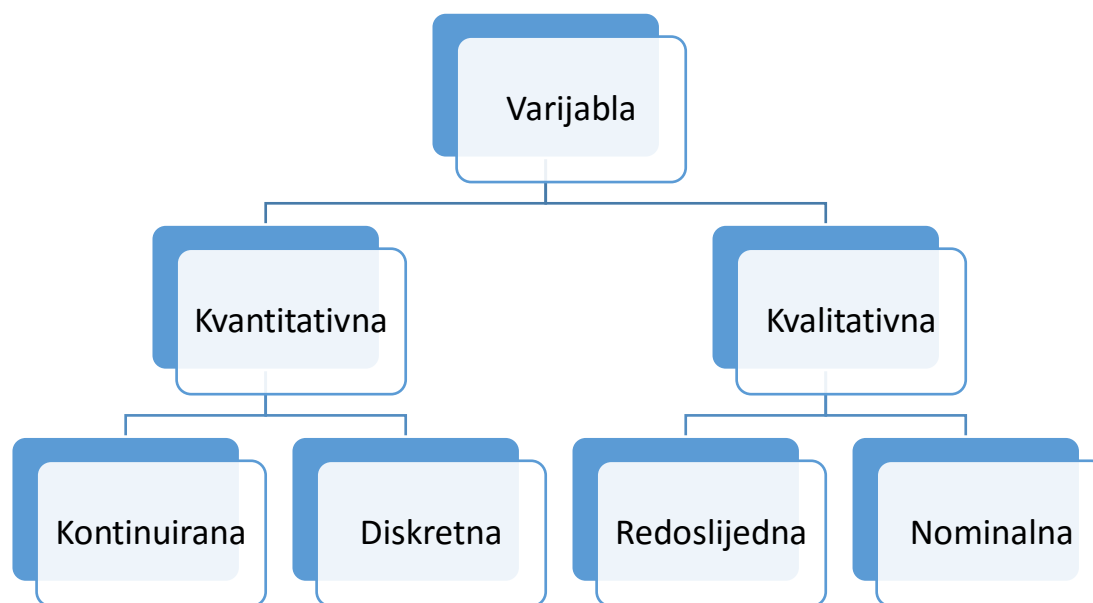
### 2.1. Podjela statističkih varijabli

Statistički se podaci, odnosno varijable, ovisno o tome na kojoj se mjernoj skali mjeri promatrano svojstvo, dijele na dvije osnovne kategorije:

- kvalitativne, to jest kategoričke varijable
- kvantitativne, to jest numeričke varijable.

Kvalitativne varijable poprimaju vrijednosti koje su imena ili oznake. One opisuju kvalitetu ili svojstvo podatkovne jedinice, kao što je vrsta podatka ili pripadajuća kategorija podatka. Kvalitativne varijable spadaju u skupinu međusobno isključivih i iscrpljujućih podataka. Da su međusobno isključive znači da pripadaju ili jednoj kategoriji ili drugoj, a da su iscrpljujuće da uključuju sve mogućnosti. Stoga se kvalitativne varijable prikazuju ne-numeričkim vrijednostima.

Kvantitativne varijable poprimaju vrijednosti koje opisuju mjerljive količine u obliku broja, odnosno daju odgovor na pitanja kao što su starost, zarada i slično. Grafički prikaz gore navedenih podjela dan je na donjoj slici (Slika 1).



Slika 1. Kategorizacija varijabli

### 2.1.1. Kvalitativne varijable

Kvalitativne se varijable mogu podijeliti u dvije skupine:

- redoslijedne varijable
- nominalne varijable.

Redoslijednom se varijablom smatraju podaci kao rezultati zapažanja koji mogu poprimiti vrijednosti koje je moguće logički rangirati. Kategorije povezane s redoslijednim varijablama mogu poprimiti veći ili manji rang jedna od druge, ali to ne znači da se nužno uspostavlja numerička razlika između svake kategorije. Primjeri redoslijednih kategoričkih varijabli su veličina odjeće (mali, srednji, veliki) te izražavanje stava (u potpunosti se slažem, ne slažem se, uopće se ne slažem).

Ako određeno zapažanje rezultira podacima koje je nemoguće organizirati u neki logički slijed, radi se o nominalnim varijablama. Primjer takvih varijabli su spol, vrsta zaposlenja, vjersko opredjeljenje, boja očiju.

### 2.1.2. Kvantitativne varijable

Kvantitativne se varijable, isto kao i kvalitativne, mogu podijeliti u dvije skupine:

- kontinuirane varijable

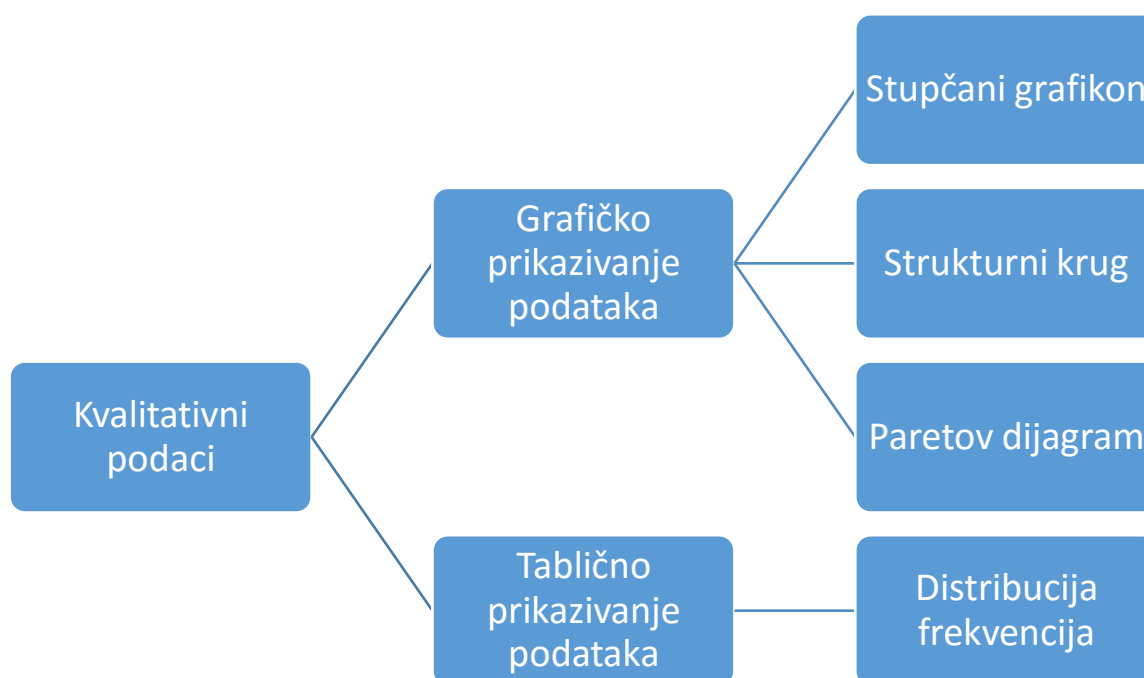
- diskretne varijable.

Ako su rezultat zapažanja podaci koji mogu poprimiti bilo koju vrijednost unutar određenog skupa realnih brojeva, riječ je o kontinuiranim varijablama. Vrijednost koju takva varijabla može poprimiti određena je mjernim mogućnostima instrumenta mjerenja. Primjeri takvih varijabli su visina, temperatura, vrijeme.

Ako podaci dobiveni kao rezultat zapažanja mogu poprimati samo cjelobrojne vrijednosti unutar određenog skupa brojeva, radi se o diskretnim varijablama. Takve varijable ne mogu poprimiti vrijednosti između dvaju susjednih i cjelobrojnih iznosa. Primjer diskretnih varijabli su broj registriranih vozila i broj članova kućanstva. Vidljivo je da takvi podaci mogu poprimati isključivo cjelobrojne vrijednosti.

### 3. ANALIZA KVALITATIVNIH VARIJABLI

Postoji nekoliko načina statističke obrade kvalitativnih podataka. Kvalitativne se podatke unatoč njihovoj prirodi daje brojati, a nakon što su prebrojani mogu biti kvantitativno (numerički) analizirani pomoću statističkih metoda. Različiti načini prikazivanja kvalitativnih podataka dani su na donjoj slici (Slika 2).



**Slika 2. Načini prikazivanja kvalitativnih podataka**

#### 3.1. Tablično prikazivanje kvalitativnih podataka

Kvalitativne se varijable najčešće zadaju koristeći tablični prikaz distribucije frekvencija. Koristeći takav jedan prikaz bit će objašnjeni ostali načini prikazivanja kvalitativnih podataka. U poduzeću koje se bavi distribucijom odjevnih predmeta ponekad dođe do grešaka u isporuci. U donjoj su tablici prikazane greške koje pojedini radnici uzrokuju prilikom pakiranja proizvoda (Tablica 1).

Tablica 1. Greške pojedinih radnika

DATUM	RADNIK	GREŠKA	DAN	BROJ GREŠAKA
01.02.2016.	A	PROIZVOD	PON	1
03.02.2016.	B	VELIČINA	SRI	1
06.02.2016.	A	PROIZVOD	SUB	1
06.02.2016.	C	VELIČINA	SUB	1
09.02.2016.	C	BOJA	UTO	1
11.02.2016.	D	KUPAC	ČET	1
13.02.2016.	B	BOJA	SUB	1
13.02.2016.	A	VELIČINA	SUB	1
18.02.2016.	D	KUPAC	ČET	1
19.02.2016.	D	PROIZVOD	PET	1
20.02.2016.	A	PROIZVOD	SUB	1
20.02.2016.	C	KUPAC	SUB	1
24.02.2016.	B	VELIČINA	SRI	1
25.02.2016.	D	PROIZVOD	ČET	1
27.02.2016.	C	BOJA	SUB	1
27.02.2016.	B	VELIČINA	SUB	1

### 3.2. Grafičko prikazivanje kvalitativnih podataka

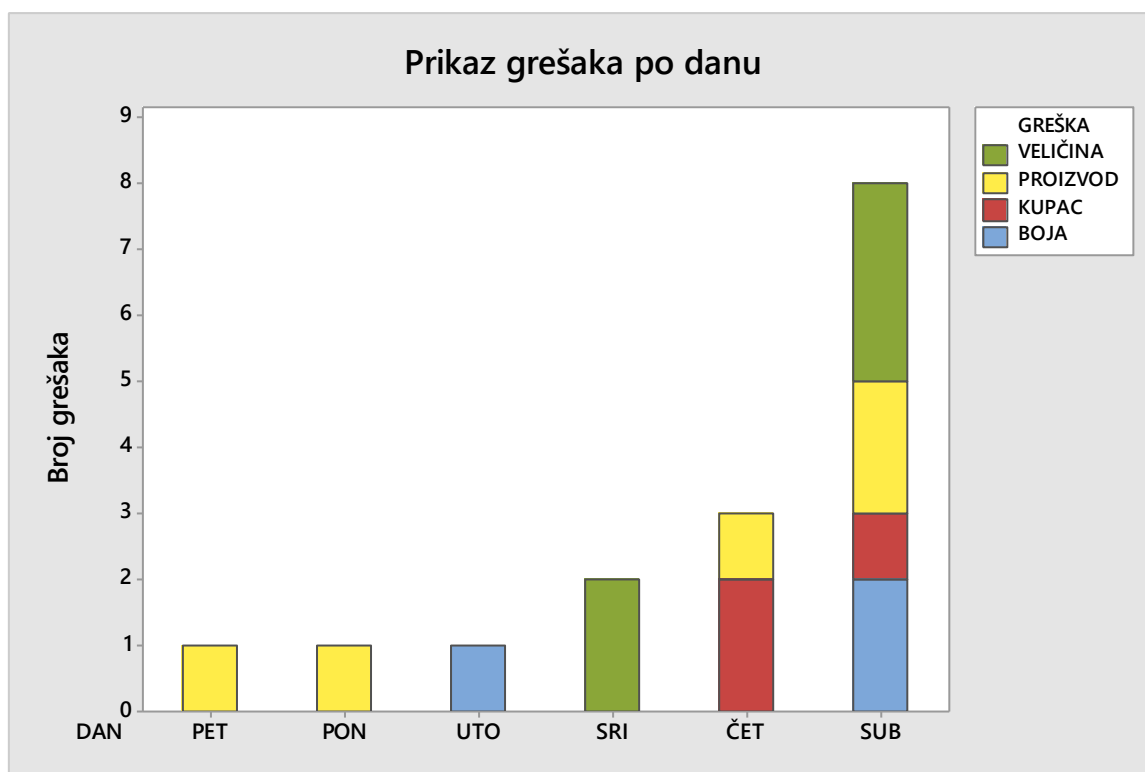
Podaci iz gornje tablice bit će prikazani grafički pomoću tri različita prikaza:

- stupčani grafikon
- strukturni krug
- Pareto dijagram.

### 3.2.1. Stupčani grafikon

Jedan od načina uređivanja prethodno prikazanih podataka je pomoću stupčanog grafikona. Izrađena su tri različita grafikona: jedan koji prikazuje pogreške po danima i dva koja prikazuju pogreške s obzirom na radnike koji su ih skrivili.

Na donjoj je slici (Slika 3) prikazan stupčani grafikon koji pokazuje greške ovisno o danu kada su se dogodile.

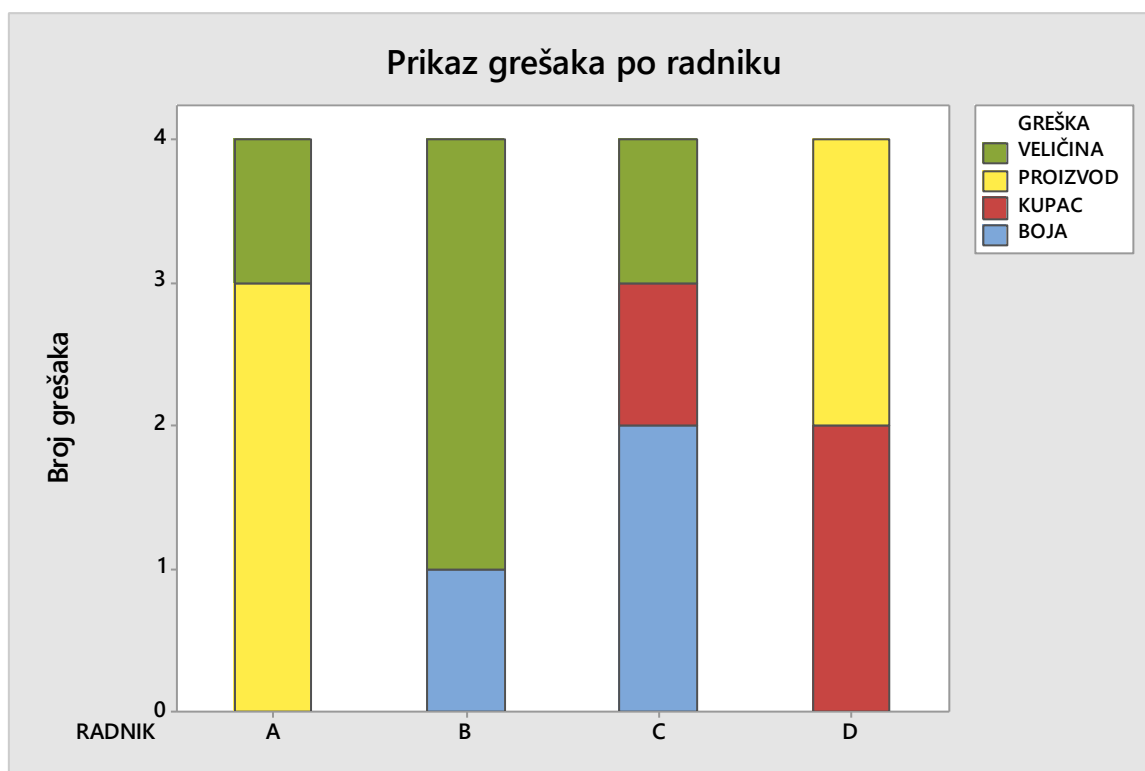


**Slika 3. Stupčani grafikon grešaka po danu u tjednu**

Iz gornjeg se prikaza na temelju evidentiranih kvalitativnih podataka o vrsti greške koja se dogodila na određeni dan vidi da je najveći broj grešaka u isporuci prisutan subotom, odnosno tijekom vikenda. Iz toga se može zaključiti da je radnicima potreban dodatan odmor ne bi li svaki dan podjednako kvalitetno obavljali svoj posao.

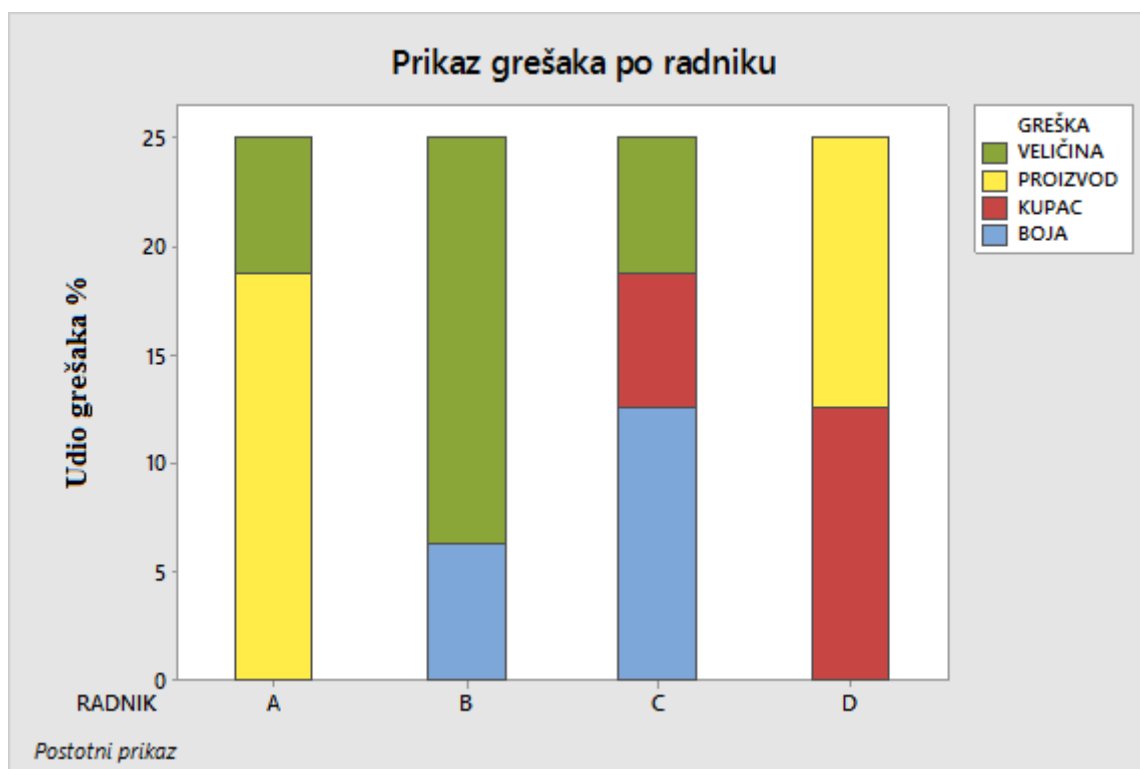
Dolje prikazani graf sadrži podatke o tome koji je radnik počinio koju grešku (Slika 4).





**Slika 4. Stupčani grafikon grešaka po radniku**

Iz grafa je vidljivo koliko je puta određeni radnik počinio koju grešku, pa posvećivanjem više pažnje na obavljanje dijela isporuke u kojem najčešće griješi može povećati svoju produktivnost. Također je korisno prikazati postotni udio svake greške u ukupnom broju grešaka koje pojedini radnik počinio (Slika 5).

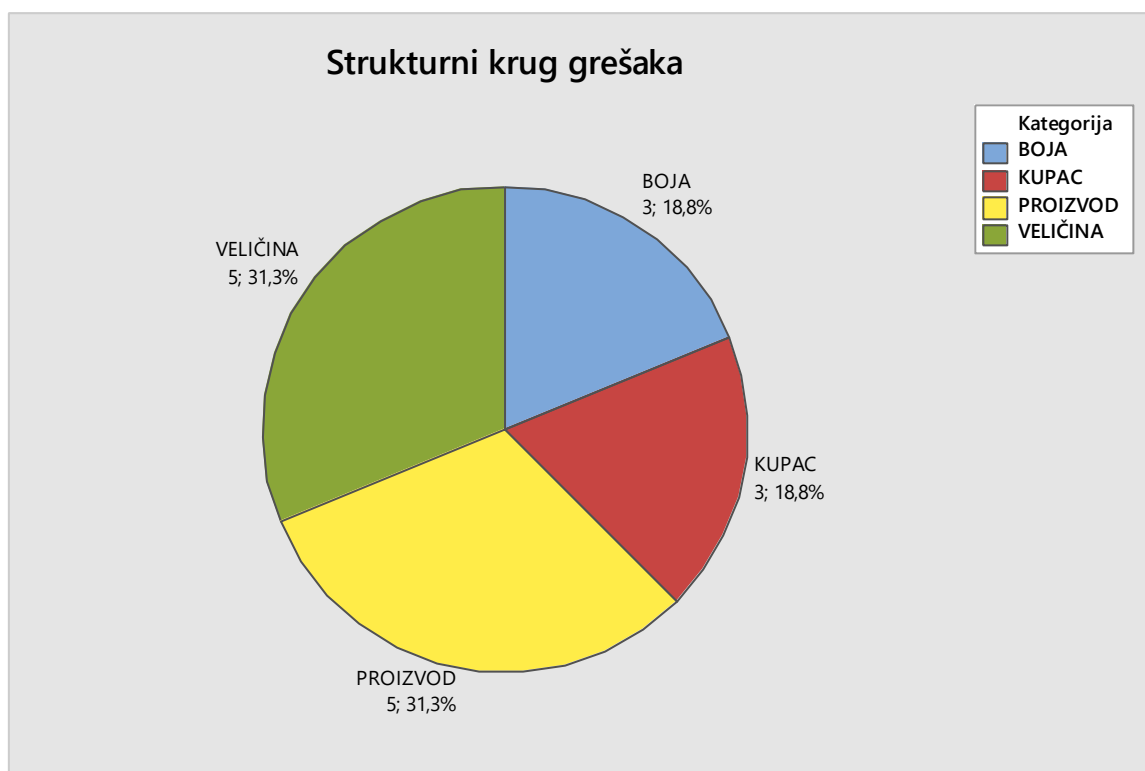


**Slika 5. Stupčani grafikon postotnog udjela grešaka po radniku**

Iz gornjeg se grafa može zaključiti da svaki radnik ima jednak udio u ukupnom broju grešaka u isporuci, ali isto tako koji je radnik podložniji specifičnim propustima.

### 3.2.2. Strukturni krug

U svrhu preglednog prikazivanja kvalitativnih varijabli često se koristi strukturni krug. U njemu je kružnica podijeljena na kružne isječke od kojih svaki predstavlja dio cjeline. Strukturni krug za podatke u prije navedenoj tablici prikazan je na donjoj slici (Slika 6).



**Slika 6. Strukturni krug grešaka**

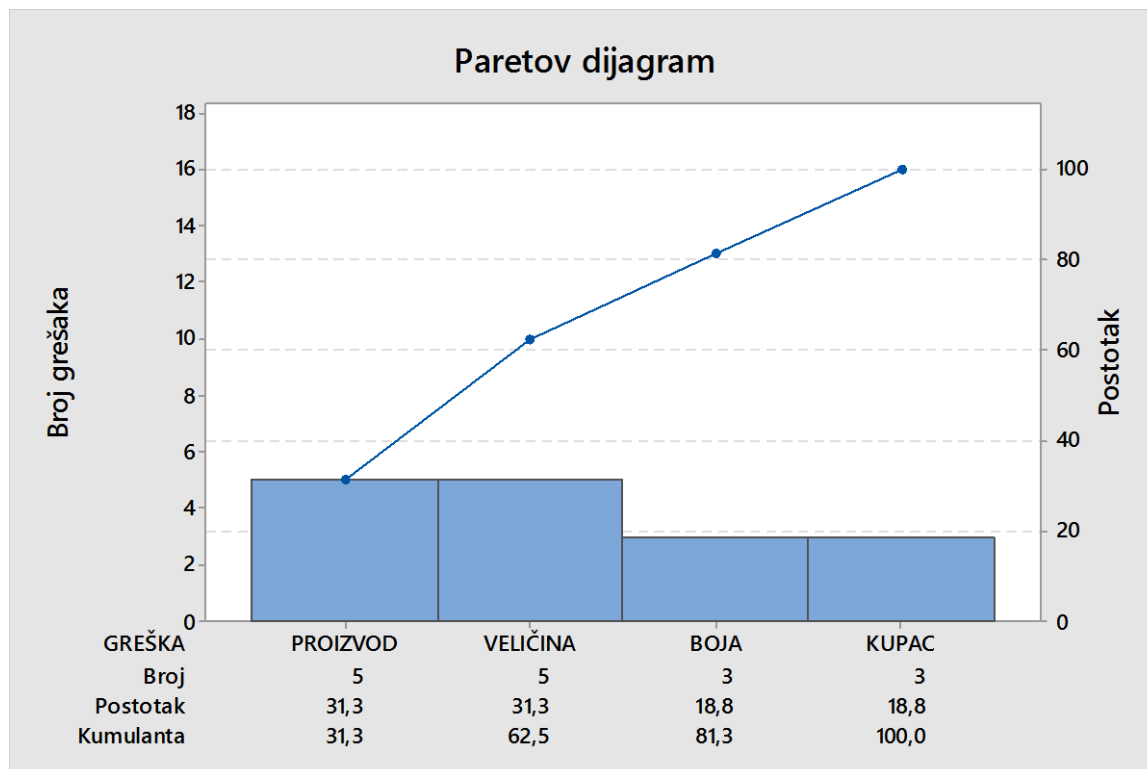
Iz slike je vidljivo kako veći udio u ukupnim greškama imaju one greške vezane za pakiranje krivog proizvoda i odabir krive veličine. Stoga se na temelju toga može zaključiti da se usredotočivanjem na pažljiv odabir proizvoda i veličine samog proizvoda te greške mogu minimizirati.

### 3.2.3. Pareto dijagram

Pareto dijagram raspoređuje mjerenu varijablu od najveće učestalosti do najmanje. Iz perspektive poboljšanja kvalitete, to predstavlja jedan od najznačajnijih aspekata kontrole jer pomaže utvrditi koji su problemi vezani za kvalitetu poslovanja najizraženiji, u smislu njihove učestalosti, troškova i drugih faktora. Prioritiziranjem potrebnih poboljšanja, omogućava se veća usredotočenost na poboljšanja od kojih će poslovanje imati najveće koristi. Većina organizacija koristi Pareto dijagram na jedan od sljedeća dva načina:

- u svrhu određivanja najčešćeg tipa nedostatka
- u svrhu utvrđivanja projekata s najvećom mogućom isplativošću.

U praksi se Pareto dijagram koristi da bi se nekoliko „vitalnih“ problema izdvojilo iz skupine velikog broja problema, od kojih je većina trivijalna. Drugim riječima, omogućuje jednostavnu vizualizaciju problema s najvećim utjecajem na poslovanje i samu organizaciju. Na donjoj je slici (Slika 7) prikazan Pareto dijagram za greške koje nastupaju prilikom pakiranja proizvoda.



**Slika 7. Pareto dijagram grešaka**

Na dijagramu su prikazane frekvencije pojedinih grešaka poredane od veće učestalosti prema manjoj, te istovremeno kumulativne frekvencije. Kako je već rečeno, prednost Paretoovog dijagrama je vizualizacija problema na način da se s lakoćom može očitati najčešći nedostatak, što je u ovom slučaju pakiranje krivog proizvoda ili odabir krive veličine. Unatoč lakoći izrade, razumijevanja i uporabe, i ovaj dijagram ima svoja ograničenja:

- podaci prikupljeni u kratkom vremenskom periodu, osobito iz nestabilnih procesa, mogu dovesti do donošenja pogrešnih zaključaka. Ako podaci nisu pouzdani, dolazi do dobivanja krive slike o distribuciji nedostataka.
- podaci prikupljeni tijekom dužeg vremenskog perioda mogu biti nepouzdana jer je moglo doći do velikih promjena u nadziranom procesu

- ako izvorni Pareto dijagram ne daje korisne rezultate analize, treba provjeriti da li je odabrana kategorija nedostataka ili oštećenja smisljena
- Paretova analiza se provodi s ciljem da korisnik svoja dostupna sredstva za poboljšanje kvalitete iskoristi za rješavanje najučestalijih i najvećih nedostataka, ali to ne znači da ne treba pokušati riješiti manje probleme
- usredotočivanje na probleme s najvećom frekvencijom će rezultirati smanjenjem ukupnog broja nedostataka, dok će stavljanje fokusa na probleme s najvećim posljedicama povećati cjelokupnu korisnost dobivenu poboljšanjem.

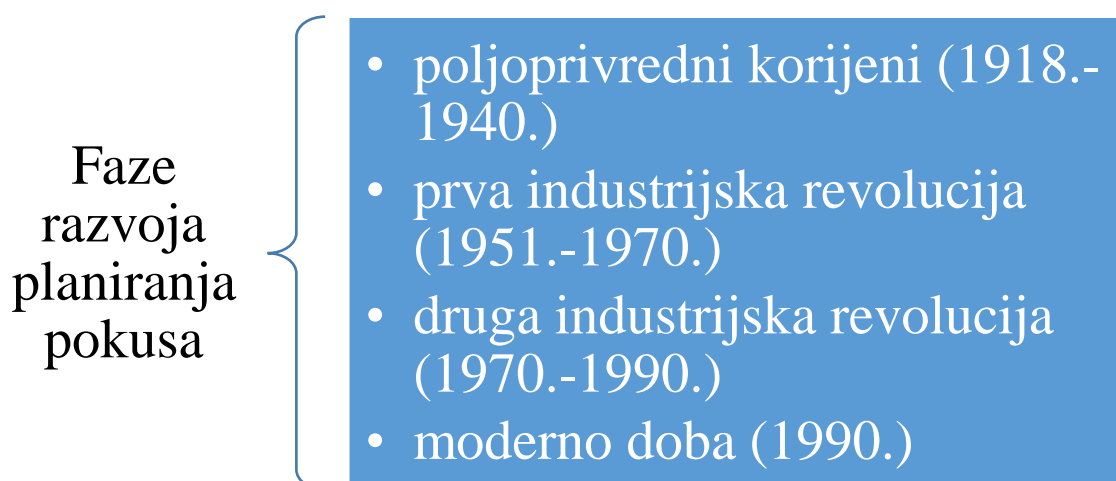
## 4. PLANIRANJE POKUSA

Planiranjem pokusa se smatra skup metoda kojima je cilj određivanje odnosa između faktora koji utječu na proces i rezultate tog procesa. Glavna je svrha pronalaženje uzročno-posljedičnih veza u određenim eksperimentima. Informacije o tim vezama su ključne za upravljanje ulaznim varijablama procesa s ciljem optimiziranja izlaza, odnosno rezultata procesa.

„Svi su eksperimenti planirani, samo što su neki lošije planirani, a drugi bolje“ [9]. U ovoj se izjavi može uočiti važnost koju planiranje pokusa ima u današnjem moderniziranom svijetu. Iako je tema ovog rada planiranje pokusa u inženjerskom aspektu, ono se koristi u mnogim drugim djelatnostima, kao što su agrikultura, obrazovanje, nutricionizam, pa čak i uslužne djelatnosti.

### 4.1. Povijest planiranja pokusa

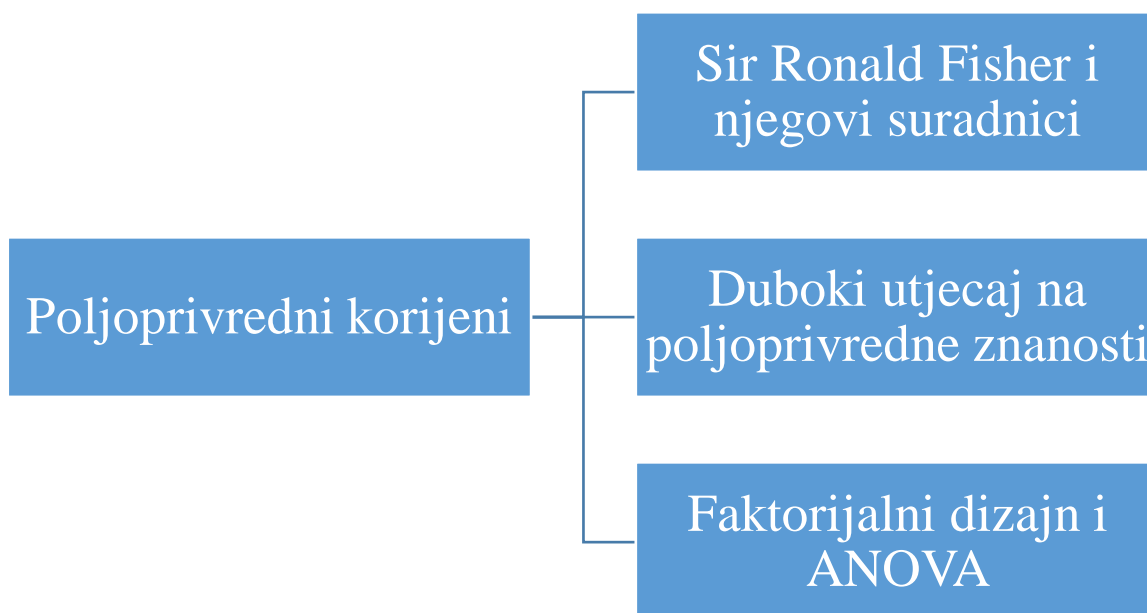
Kao što je već rečeno, planiranje pokusa se koristi u daleko više područja od samog inženjerstva. Svoje začetke ima u poljoprivrednim djelatnostima. Razvoj planiranja pokusa tekao je u četiri velike faze (Slika 8):



Slika 8. Faze razvoja planiranja pokusa

#### 4.1.1. Poljoprivredni korijeni

Planiranje pokusa poteklo je od istraživanja Sir Ronalda Fishera koja je provodio u Velikoj Britaniji u prvoj polovici 20. stoljeća. Postavio je temelje za statistiku, a time i za planiranje pokusa. Brojne procedure i koncepti, kao što su ortogonalni dizajn i latinski kvadrati, koji se i danas koriste, postoje zahvaljujući njemu i njegovim kolegama. Također veliki utjecaj na razvoj statistike imao je Drugi svjetski rat, osobito u području sekvencijalnih analiza, koje potječu iz potrebe poboljšanja točnosti dalekometnih topničkih oružja. Na donjoj je slici sažeta ova faza razvoja planiranja pokusa (Slika 9).

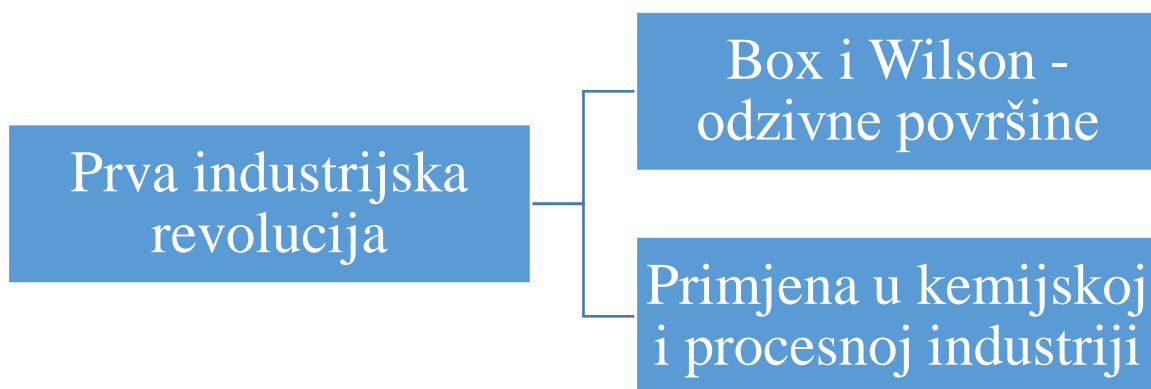


Slika 9. Faze poljoprivrednog razvoja planiranja pokusa

#### 4.1.2. Prva industrijska revolucija

Nedugo nakon Drugog svjetskog rata uslijedio je jedan od najvažnijih događaja u cjelokupnoj ljudskoj povijesti, a to je prva industrijska revolucija. Ona je značila preporod u velikoj većini, ako ne i svim granama proizvodnje, pa tako i u planiranju pokusa. Događaj koji je označio novu fazu razvoja pokusa je znanstveni rad dvaju istraživača, Boxa i Wilsona, koji su 1951. godine obradili područje metode odzivnih površina, iz čega je proizašlo poimanje izlaza kao odzivne

funkcije, što znači da je ključ u postavljanju optimalnih parametara za tu funkciju. Sažetak ove faze razvoja planiranja pokusa prikazan je na donjoj slici (Slika 10).



**Slika 10. Faza prve industrijske revolucije razvoja planiranja pokusa**

#### **4.1.3. Druga industrijska revolucija**

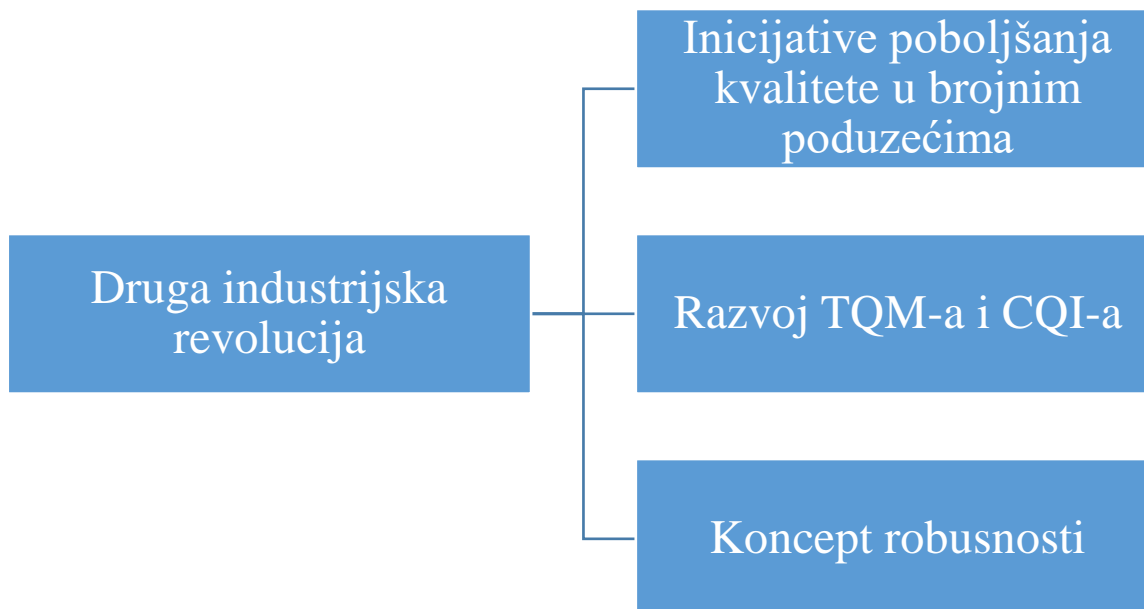
Druga industrijska revolucija se još naziva revolucijom kvalitete. Tijekom nje je uviđena važnost statističke kontrole kvalitete, koja je doživjela nagli razvoj u Japanu. Nakon Drugog svjetskog rata japansko je tržište bilo zasuto proizvodima izrazito loše kvalitete, čije je proizvodnja bila jeftina, a kvaliteta time jako loša i nezadovoljavajuća za korisnike. Ubrzo nakon uvođenja postupaka statističke kontrole kvalitete i provođenja novih pokusa, poduprtih statističkim rezultatima, japanska automobilska industrija doživjela je preporod. Iz ove takozvane revolucije kvalitete proizašla su dva nova koncepta upravljanja:

- menadžment potpune kvalitete (eng. *Total Quality Management* – TQM)
- kontinuirano poboljšanje kvalitete (eng. *Continuous Quality Improvement* – CQI).

Nastao je veliki broj novih tehnika na temelju ortogonalnih nizova, koje su na zapadu poznate kao djelomični faktorski dizajni. Za njih je zaslužan japanski inženjer Taguchi. Isto tako je



razvio koncept robusnosti proizvoda i proizvodnje. Na donjoj je slici dan prikaz novonastalih metodologija u fazi druge industrijske revolucije (Slika 11).



**Slika 11. Faza druge industrijske revolucije razvoja planiranja pokusa**

#### **4.1.4. Moderno doba**

1990-ih se razvila nova metodologija, šest sigma (eng. *Six Sigma* -  $6\sigma$ ), koja je omogućila novi način prikazivanja kontinuiranog poboljšanja kvalitete. U današnjem je svijetu većina velikih proizvodnih kompanija prihvatila ovu metodu kontrole kvalitete. To je tehnika koja se zasniva na korištenju statističkih podataka za donošenje novih odluka na osnovi kvalitete proizvoda i povratnih informacija. U šest sigma metodologiji je implementiran veliki broj prije razvijenih statističkih metoda kontrole kvalitete. Od neizmjerne je važnosti u vremenu u kojem su ekonomska konkurentnost i globalizacija pokretači svih gospodarskih sektora, čime se potiče usredotočivanje pažnje i velikog broja resursa na konkurentnost.

#### **4.2. Inženjerski pokusi**

Planiranje pokusa u inženjerskom smislu ne bi bilo od tolike važnosti da dva najvažnija faktora proizvodnje nisu dostupna u ograničenim količinama, a to su vrijeme i resursi. U svim granama proizvodnje i kontrole kvalitete cilj je postizanje što je moguće veće razine kontrole nad

pogreškama i nepravilnostima te nastojati dokučiti materiju svakog pojedinog procesa i temeljnih uzroka pojavljivanja tih nepravilnosti. Planiranje pokusa iz inženjerske perspektive ima nekoliko aspekata:

- postizanje robusnosti proizvoda i same proizvodnje
- poboljšanje učinkovitosti postojećih procesa
- smanjenje vremena potrebnog za dizajniranje, odnosno razvoj novih proizvoda i procesa
- procjenjivanje vrijednosti materijala, oblikovanje alternativnih rješenja, određivanje tolerancije komponenti sustava te sustava u cijelosti
- poboljšanje pouzdanosti i učinkovitosti procesa i proizvoda.

Konstantno unaprjeđenje i prilagođavanje procesa nužan je uvjet ostvarivanja, ali i zadržavanja konkurentnosti u današnjem visokoglobaliziranom svijetu. Osobita se važnost pridaje postizanju prije navedene robusnosti proizvoda i procesa proizvodnje. To je pojam koji je u polju statističkih analiza vidljiv na nekoliko razina. U fazi analize se robusnost odnosi na korištenje metode za provođenje te analize na koju skup potencijalno loših podataka neće imati značajan utjecaj, jer unatoč tome što istraživač nema pri ruci uvijek najkvalitetniji skup podataka, to jest onaj koji mu najbolje opisuje promatrani eksperiment i njegove faktore, on i dalje nastoji dobiti pravi odgovor, odnosno rezultat procesa relevantan za donošenje odluka u svrhu daljnjeg napredovanja.

Dobro proveden plan pokusa ima mogućnost davanja odgovora na sljedeća pitanja:

- Koji su ključni faktori u procesu?
- Koje će postavke rezultirati najmanjim rasponom varijacija u izlazu, odnosno rezultatu?
- Za koje će postavke proces postignuti prihvatljivu učinkovitost?
- Koji su ključni, glavni i interakcijski efekti u procesu?

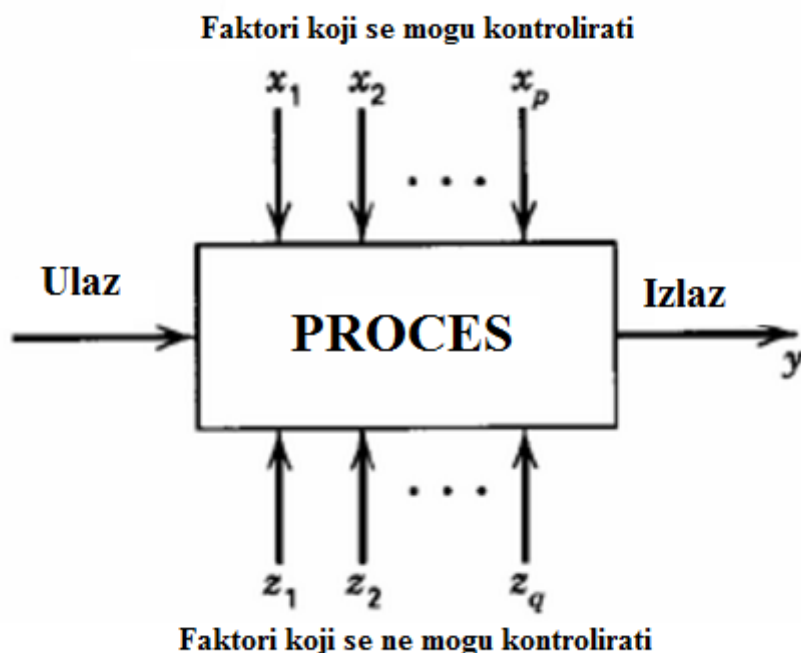
#### **4.3. Koncept planiranja pokusa**

Najčešće korišteni pojmovi u metodologiji planiranja pokusa su:

- ulazni faktori koji se mogu kontrolirati
- ulazni faktori koji se ne mogu kontrolirati
- odazivi
- testiranje hipoteza

- interakcija.

Na donjoj je shemi (Slika 12) dan sistematski prikaz nekog procesa.



**Slika 12. Opći model procesa**

Svaki model procesa ima svoje ulaze te izlaz koji nastaje kao odaziv na dane ulaze. Faktori koji se mogu kontrolirati, odnosno prema slici  $x$  faktori, predstavljaju one ulazne parametre koji se mogu namještati u eksperimentu ili procesu. Faktori koji se ne mogu kontrolirati, to jest  $z$  faktori, su oni parametri koji ostaju nepromijenjeni u cijelom procesu. Oni moraju biti prepoznati kako bi se shvatio i analizirao njihov utjecaj na izlaze, odnosno rezultat procesa. Testiranje hipoteza služi za određivanje bitnih faktora koristeći statističke metode. Proces postavljanja hipoteze uključuje postavljanje dvaju međusobno isključivih izjava, nulte hipoteze i alternativne hipoteze. Testiranje se provodi za određenu razinu značajnosti, koju određuje sam istraživač. Interakcija u općem modelu procesa predstavlja situaciju kada eksperiment ima tri ili više varijabli, pri čemu se proučava njihov međusoban utjecaj.

#### **4.4. Osnovna načela planiranja pokusa**

Postoji pet osnovnih načela u svakom procesu planiranja pokusa, od kojih su prva tri najvažnija:

- slučajnost (eng. *Randomization*)
- ponavljanje (eng. *Replication*)
- blokiranje (eng. *Blocking*)
- višefaktorijski dizajn (eng. *Multi-factor Design*)
- „zbunjivanje“ (eng. *Confounding*).

Slučajnost procesa predstavlja ključnu komponentu bilo kojeg valjanog eksperimenta. Ona se odnosi na redoslijed kojim se izvode pojedini pokusi cijelog eksperimenta, čime se eliminira utjecaj nepoznatih faktora koji se ne mogu kontrolirati. Jako je važno ukloniti potencijalnu pristranost prilikom provođenja eksperimenta, a slučajni raspored je važan alat za to.

Ponavljanje, odnosno replikacija predstavlja temelj statistike. Ona predstavlja osnovni problem za svaku metodu koja se koristi za određivanje preciznosti danih procjena. Uvijek je poželjno biti u mogućnosti procijeniti i upravljati preciznostima rezultata. Procjena se postiže kroz replikaciju. Postoji još jedan način postizanja što užih intervala pouzdanosti, a to je smanjenjem samog odstupanja pogreške. Kako postoje slučajevi kada to nije moguće, pogreške u procjeni se nastoje smanjiti povećanjem broja ponavljanja. To znači da se cijeli eksperiment ponavlja, uključujući njegovu pripremu.

Kako je već rečeno, drugi način suženja intervala pouzdanosti je smanjenje odstupanja pogreške, to jest blokiranje. Blokiranje predstavlja tehniku kojom se u eksperiment uključuju i drugi, nepoželjni faktori koji doprinose nepoželjnim varijacijama. Time se upravlja izvorom varijacija, čime se smanjuje odstupanje pogreške. Blokirati se može na način da se za provođenje eksperimenta stalno koristi ista oprema, čime se smanjuje moguća varijacija zbog opreme za eksperimentiranje.

Višefaktorijski dizajn obuhvaća nekoliko vrsta dizajna:  $2^k$  dizajn,  $3^k$  dizajn, odzivne površine i slično. Svrha tih dizajna je potpuna suprotnost znanstvenom pristupu u kojem sve ostaje nepromijenjeno, osim jednog faktora koji se mijenja i čiji se utjecaj proučava. Provjeravanje utjecaja jednog po jednog faktora vrlo je neučinkovit pristup za postizanje novih znanstvenih postignuća. Dizajn eksperimenta koji uključuje kombinaciju istovremenog potencijalnog utjecaja više faktora na izlaz, to jest rezultat procesa je puno bolje rješenje. Time se uz donošenje zaključaka o utjecaju primarnih faktora dobivaju zapažanja o potencijalnom utjecaju

drugih, sporednih faktora. To mogu biti rezultati utjecaja faktora koji služe blokiranju, ili rezultati interakcije između faktora koji zaista utječu na izlaz procesa.

„Zbunjivanje“ je načelo koje se inače smatra nepoželjnom karakteristikom. Iako ga se nastoji izbjeći, prilikom dizajniranja složenih eksperimenata se može koristiti u korist istraživača. „Zbunjuju“ se one karakteristike koje nisu predmet zanimanja, te je na taj način eksperiment učinkovitiji u vidu onih faktora koji jesu primarni cilj. To se najčešće koristi u višefaktorijskom dizajniranju eksperimenta. Ukoliko je cilj spoznati glavne utjecajne faktore, a pritom je nevažna interakcija među njima, te se interakcije „zbunjuju“, te se na taj način smanjuje veličina uzorka, a time i cijena eksperimenta, pri čemu cilj istraživanja ostaje netaknut. Primjer „zbunjivanja“ je sljedeći: neka je cilj istraživanja provjeriti utjecaj dvaju novih lijekova na dvije testne skupine, lijeka A i lijeka B. Neka je jedna polovica testnih subjekata muškog roda, a druga ženskog roda. Ukoliko bi se slučajnim dodjeljivanjem testnih subjekata lijek A dao skupini u kojoj su svi subjekti muškarci, a lijek B skupini u kojoj su svi subjekti žene, ne bi se mogao donijeti valjan zaključak o utjecaju lijekova, jer bi rezultati eksperimenta mogli biti posljedica razlike u spolu dvaju testnih skupina, a ne samih lijekova.

#### **4.5. Koraci planiranja, provođenja i analize eksperimenta**

Klasični pristup planiranju i provođenju eksperimenta sastoji se od nekoliko koraka:

- prepoznavanje i izvješćivanje o problemu
- izbor faktora, razina i raspona
- izbor odzivnih varijabli
- izbor dizajna
- provođenje eksperimenta
- statistička analiza
- zaključivanje i davanje preporuka [9].

##### **4.5.1. Faktori**

Tri su načina kategorizacije faktora u eksperimentima:

- primarni i blokirani faktori
- eksperimentalni i klasifikacijski faktori

- kvantitativni i kvalitativni faktori

U eksperimentima se spominju dvije vrste faktora, primarni i nepoželjni. Primarni su faktori oni čiji utjecaj istraživač želi proučiti, dok su nepoželjni faktori oni neizbježni te se s njima jednostavno mora nositi. Ti se faktori zovu blokirani faktori, jer ih se blokira s ciljem da se minimizira njihov utjecaj na rezultate eksperimenta.

Druga vrsta podjela faktora je na eksperimentalne i klasifikacijske. Eksperimentalni su faktori oni koji se daju analizirati i čija se razina može podesiti, nakon čega se dodjeljuju eksperimentalnim jedinicama. Primjer takvih faktora su temperatura, razina vlage, izloženost svjetlosti. Klasifikacijski su faktori nepromjenjivi i ne mogu se dodjeljivati. Oni se pojavljuju uz promatrane eksperimentalne jedinice i određeni su tim jedinicama. To su primjerice spol i starost sudionika u eksperimentu.

Treći način podjele je na kvantitativne i kvalitativne faktore. Kvantitativnim se faktorima može dodijeliti bilo koja od njihovih dostupnih razina. To je primjerice pH vrijednost. Kvalitativni faktori sadržavaju u sebi kategorije koje su različite vrste. Primjer za to je odjel u kojem radnik obavlja posao, narodnost, novčana zarada i slično.

## 5. BLOKIRANJE

Blokirani faktori i nepoželjni faktori osiguravaju mehanizam koji služi za objašnjavanje i kontrolu varijacija koje potječu od eksperimentalnih jedinica iz izvora koji nisu od interesa istraživaču, te su stoga dio pogreške koja može nastati u analizi. Upotrebom blokiranja održava se unutarnja valjanost eksperimenta, i to na način da se smanjuje vjerojatnost da opisana opažanja potječu od onih faktora koji se zbunjuju. Time se istraživač može usredotočiti na primarne faktore, to jest one čiji ga utjecaj najviše zanima. Najjednostavniju vrstu planiranja pokusa predstavlja potpuno nasumičan dizajn (eng. *Completely Randomized Design* – CRD). Kod takvog se dizajna proučava utjecaj samo jednog faktora, a tretmani se nasumice pridružuju dostupnim eksperimentalnim jedinicama.

Za slučaj kada je u eksperimentu prisutan samo jedan blokirani faktor, koristi se nasumični potpuni blok dizajn (eng. *Randomized Complete Block Design* – RCBD). Također postoji mogućnost utjecaja više od jednog blokiranog faktora. Za rješavanje takvog problema koristi se metoda latinskih trgova. Korištenjem ovakvih metoda, koje odlikuje lako shvatljiva struktura, analiza postaje veoma jednostavna i učinkovita iz aspekta isplativosti i smanjenja varijacija.

### 5.1. Slučajevi blokiranja

Kako je već rečeno, blokiranje je metoda za ophođenje nepoželjnim faktorima. Nepoželjnim se faktorom smatra onaj koji ima utjecaj na odaziv procesa, ali nije objekt zanimanja istraživača. Zbog toga se potencijalna varijabilnost koju može uzrokovati mora minimizirati ili moći objasniti. Primjer takvih faktora su različitosti opreme za ispitivanje i provođenje eksperimenta, različito vrijeme u danu tijekom kojeg se provodi proces, različitosti u serijama nekog proizvoda koji se analizira i slično. Blokirani su faktori prisutni u većini pokusa, te ako nisu poželjno ih je koristiti u cilju smanjenja neobjašnjivih varijacija. Tri su različite vrste nepoželjnih faktora koji doprinosi varijaciji:

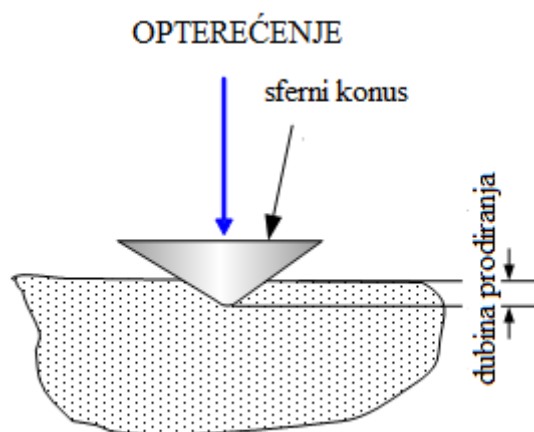
- poznati koji se mogu kontrolirati
- poznati koji se ne mogu kontrolirati
- nepoznati koji se ne mogu kontrolirati.

Ukoliko je nepoželjni faktor poznat i može se kontrolirati, on se blokira, to jest u eksperiment se uključuje blokirani faktor. Ako je poznat ali se ne može kontrolirati, postoji mogućnost mjerenja i uklanjanja njegovog utjecaja na odaziv korištenjem analize kovarijance. U tom se slučaju statistički podešava analiza, dok se za prvi slučaj u eksperiment uključuje jedan dodatni, blokirani faktor. Prevladavajući udio u nepoželjnim faktorima zauzimaju nepoznati faktori, koji se ne mogu kontrolirati. Oni su poznati kao „vrebajući“ faktori. U svrhu njihovog uravnoteživanja se koristi slučajnost procesa. Svakoj se eksperimentalnoj jedinici slučajno dodjeljuje tretman, čime se osigurava od bilo kakve pristranosti uslijed djelovanja nepoželjnih faktora. Klasični primjer blokiranih faktora koji se pojavljuju u studijama koje uključuje ljude su spol i dob. Oni se blokiraju na način da se skupine ispitanika razvrstavaju prvo prema spolu, a zatim prema pripadnosti određenom dobnom intervalu.

## 5.2. Primjer blokiranja

Blokiranje faktora je jedan od najvažnijih načela kod planiranja pokusa. Način na koji se blokiraju nepoželjni faktori, odnosno njihov utjecaj, bit će prikazan na sljedećem primjeru.

Cilj eksperimenta je utvrditi da li vrsta sfernog konusa (Slika 13) utječe na rezultate mjerenja tvrdoće.



Slika 13. Mjerenje tvrdoće

Faktor čiji se utjecaj u ovom eksperimentu želi istražiti je vrsta sfernog konusa. Za provođenje eksperimenta se pojedini tip mjernog vrha nasumično dodjeljuje eksperimentalnim jedinicama na četiri različita mjesta, što su u ovom slučaju komadi metala čija se tvrdoća ispituje. Nasumično dodjeljivanje je nužan uvjet za provođenje eksperimenta. U ovom će slučaju ispitni



primjerak biti uzrok dodatnih varijacija u rezultatima mjerenja. Način na koji se to može spriječiti je da se svaki tip sfernog konusa testira na četiri mjesta na istom komadu ispitnog metala. Kako se svaki tip testira na po jednom primjerku, broj primjeraka jednak je broju replikata. Na taj se način uklanja dodatni izvor varijacija, što je u ovom slučaju različit komad metala čija bi se tvrdoća ispitivala.

## 6. VIŠEFAKTORIJALNI DIZAJN

Višefaktorijalni dizajn predstavlja jedan od osnovnih načela planiranja pokusa. Glavna mu je svrha mogućnost analize utjecaja više faktora istovremeno na odaziv procesa, to jest njegov rezultat. Najjednostavniji primjer višefaktorijalnog dizajna analizira interakciju samo dvaju faktora. Glavna prednost je što služi mnogim znanstvenicima kao preliminarno istraživanje, na način da dobiju dokaze o mogućoj interakciji među varijablama. Time se smanjuje vjerojatnost pogreške i međusobnog zbunjivanja varijabli. Isto tako omogućuje izolaciju svakog pojedinog faktora te analizu njegovog utjecaja. Glavni nedostatak višefaktorijalnog dizajna su poteškoće prilikom eksperimentiranja s više od dva faktora koji imaju više od dvije razine.

### 6.1. Faktorijalni dizajn s dva faktora

Višefaktorijalni dizajn u kojem se analiziraju samo dva faktora ima strukturu sličnu nasumičnom potpunom blok dizajnu, samo što je prisutna dodatna interakcija među promatranim faktorima. Ta se interakcija opisuje sljedećim izrazom:

$$Y_{i,j,k} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{i,j} + e_{i,j,k} \quad (6.1)$$

gdje je:

- $i = 1, 2, 3, \dots, a$
- $j = 1, 2, 3, \dots, b$
- $k = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Pretpostavlja se da je  $e_{i,j,k} \approx N(0, \sigma^2)$ , odnosno samostalno i jednako distribuirana s normalnom razdiobom. Model aritmetičke sredine ćelije zapisan je kao:

$$Y_{i,j,k} = \mu_{i,j} + e_{i,j,k} \quad (6.2)$$

gdje su  $\mu_{1,1}, \dots, \mu_{1,b}, \dots, \mu_{1,a}, \dots, \mu_{a,b}$  aritmetičke sredine ćelija. Iz toga slijedi da postoji  $a \times b$  ćelija. Granične aritmetičke sredine definiraju se kao prosjek aritmetičkih sredina ćelija:

$$\bar{\mu}_i = \frac{1}{b} \sum_j \mu_{i,j}, \bar{\mu}_j = \frac{1}{a} \sum_i \mu_{i,j} \quad (6.3)$$

Da bi se definirale aritmetičke sredine po stupcima i redovima potrebno je zapisati aritmetičke sredine ćelija preko modela potpunog učinka:

$$\mu_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{i,j} \quad (6.4)$$

Iz toga slijedi da su izrazi interakcije  $(\alpha\beta)_{i,j}$  definirani kao razlika između aritmetičke sredine ćelija i aditivnog dijela modela:

$$(\alpha\beta)_{i,j} = \mu_{i,j} - (\mu + \alpha_i + \beta_j) \quad (6.5)$$

Ukoliko je struktura pravog modela aditivna onda izrazi interakcije  $(\alpha\beta)_{i,j}$  odgovaraju nuli. Tada se može reći da prave aritmetičke sredine ćelije  $\mu_{i,j} = (\mu + \alpha_i + \beta_j)$  imaju aditivnu strukturu.

### 6.1.1. Aditivna struktura ćelija

Na primjeru danom u donjoj tablici (Tablica 2) bit će objašnjen način analize potencijalne interakcije između dvaju faktora.

**Tablica 2. Tablica podataka za dokazivanje aditivnog karaktera**

	B1	B2
A1	5	11
A2	9	15

U gornjoj su tablici dani podaci dvaju različitih faktora. Cilj je analizirati njihovu interakciju koristeći faktorijalni dizajn. Prvi korak je izračunati granične redne aritmetičke sredine (Tablica 3).

**Tablica 3. Računanje granične redne aritmetičke sredine**

$\mu_{i,j}$	B1	B2	$\bar{\mu}_i$
A1	5	11	$\frac{5 + 11}{2} = 8$
A2	9	15	$\frac{9 + 15}{2} = 12$

Zatim se računaju granične stupčane aritmetičke sredine (Tablica 4).

**Tablica 4. Računanje granične stupčane aritmetičke sredine**

$\mu_{i,j}$	B1	B2	$\bar{\mu}_i$
A1	5	11	8
A2	9	15	12
$\bar{\mu}_j$	$\frac{5+9}{2} = 7$	$\frac{11+15}{2} = 13$	

U sljedećem je koraku potrebno izračunati ukupnu aritmetičku sredinu i  $\alpha$  i  $\beta$  učinke. To se radi na način da se od pripadajućih rednih i stupčanih graničnih aritmetičkih sredina oduzima ukupna aritmetička sredina (Tablica 5).

**Tablica 5. Računanje  $\alpha$  i  $\beta$  učinka**

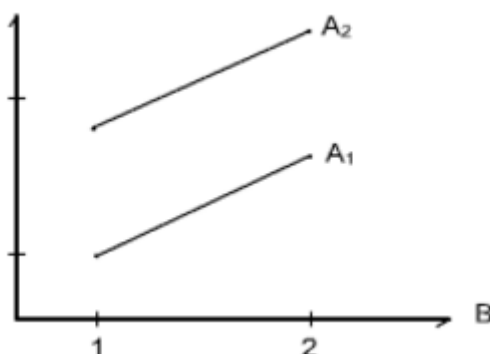
$\mu_{i,j}$	B1	B2	$\bar{\mu}_i$	$\alpha_i$
A1	5	11	8	$8 - 10 = -2$
A2	9	15	12	$12 - 10 = 2$
$\bar{\mu}_j$	7	13	10	
$\beta_j$	$7 - 10 = -3$	$13 - 10 = 3$		

Ispod je prikazana tablica s izračunatim konačnim vrijednostima (Tablica 6).

**Tablica 6. Tablica sa svim vrijednostima**

$\mu_{i,j}$	B1	B2	$\bar{\mu}_i$	$\alpha_i$
A1	5	11	8	-2
A2	9	15	12	2
$\bar{\mu}_j$	7	13	10	
$\beta_j$	-3	3		

Može se uočiti da zbroj obaju  $\alpha$  učinaka iznosi  $-2 + 2 = 0$ , a isto tako i zbroj obaju  $\beta$  učinaka  $-3 + 3 = 0$ . Na donjoj je slici dan grafički prikaz aritmetičkih sredina ćelija (Slika 14).



**Slika 14. Grafički prikaz aritmetičkih sredina ćelija [9]**

Iz gornje je sliko vidljivo da su pravci paralelni, što znači da ne postoji interakcija između faktora A i B. Razlika između aritmetičkih sredina na prvoj razini B faktora iznosi  $9 - 5 = 4$ , isto kao i razlika na drugoj razini B faktora  $15 - 11 = 4$ . Iz toga se može zaključiti da je učinak  $\alpha$  na prvu razinu od  $\beta$  jednak učinku  $\alpha$  na drugu razinu od  $\beta$ , što znači da ne postoji interakcija. Aritmetičke sredine ćelija u ovom slučaju imaju svojstvo aditivnosti. Još jedan način provjeravanja postojanja potencijalne interakcije je pomoću izraza

$$(\alpha\beta)_{i,j} = \mu_{i,j} - (\mu + \alpha_i + \beta_j) \quad (6.6)$$

Ukoliko on iznosi 0, ne postoji interakcija. U donjoj su tablici izračunati ti izrazi (Tablica 7).

**Tablica 7. Tablica interakcija uz aditivno svojstvo**

$(\alpha\beta)_{i,j}$	B1	B2
A1	$5 - (10 - 2 - 3) = 0$	$11 - (10 - 2 + 3) = 0$
A2	$9 - (10 + 2 - 3) = 0$	$15 - (10 + 2 + 3) = 0$

Iz tablice je vidljivo kako su sve interakcije jednake nuli, što je dokaz da aritmetičke sredine ćelija posjeduju svojstvo aditivnosti.

### 6.1.2. Neaditivna strukturna ćelija

U ovom će primjeru biti prikazan slučaj za koji su ukupna i granične aritmetičke sredine jednake kao u prethodnom slučaju, ali ćelije neće posjedovati svojstvo aditivnosti. Podaci su dani u donjoj tablici (Tablica 8).

**Tablica 8. Tablica podataka za dokazivanje neaditivnog karaktera**

	B1	B2
A1	3	13
A2	11	13

Kako je u prethodnom primjeru objašnjen način računanja graničnih rednih i stupčanih aritmetičkih sredina, oni će samo biti prikazani u donjoj tablici (Tablica 9).

**Tablica 9. Tablica s podacima**

$\mu_{i,j}$	B1	B2	$\bar{\mu}_i$	$\alpha_i$
A1	3	13	8	-2
A2	11	13	12	2
$\bar{\mu}_j$	7	13	10	
$\beta_j$	-3	3		

Vidljivo je kako su granične frekvencije te  $\alpha$  i  $\beta$  učinci unatoč drugačijim podacima jednaki kao i u prethodnom primjeru. Sljedeći je korak izračunati potencijalne interakcije među faktorima (Tablica 10).

**Tablica 10. Tablica interakcija bez aditivnog svojstva**

$(\alpha\beta)_{i,j}$	B1	B2
A1	$3 - (10 - 2 - 3) = -2$	$13 - (10 - 2 + 3) = 2$
A2	$11 - (10 + 2 - 3) = 2$	$13 - (10 + 2 + 3) = -2$

Iz gornje je tablice vidljivo da  $(\alpha\beta)_{i,j}$  u ovom slučaju ne iznose nula, što je dokaz postojanja interakcije među faktorima A i B. Prema tome, aritmetičke sredine ćelija ne posjeduju aditivno svojstvo. Suma interakcija u oba smjera prema definiciji mora iznositi nula, što odgovara u ovom slučaju. Model potpunog učinka nema koristi ukoliko postoji interakcija među faktorima, nego samo stvara mehanizam za razdiobu varijacija s obzirom na dva tretmana i njihove interakcije.

### 6.1.3. Testiranje hipoteza

Testiranje hipoteza se provodi na način da se provjerava hipoteza da su granične aritmetičke sredine sve jednake, ili prema definiciji da su svi  $\alpha$  i  $\beta$  učinci jednaki nuli. Također se može testirati hipoteza da svi učinci interakcije iznose nula. Alternativna je hipoteza da je barem jedan od tih učinaka različit od nule. Kako je već rečeno, glavna svrha višefaktorijskog dizajna je istovremeno ispitivanje učinka dvaju ili više faktora na rezultat pokusa. Neovisno o tome da li je primarni interes istraživača utjecaj pojedinog faktora ili njihova interakcija, prvi korak je testiranje potencijalnih interakcija. Izraz za nultu hipotezu  $H_0$  dan je u sljedećem izrazu:

$$H_0: (\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad (6.7)$$

Ukoliko postoji interakcija i značajna je, važno ju je proučiti. Ako je interakcija značajna ona nam govori da je utjecaj faktora A različit za svaku razinu faktora B, odnosno da je utjecaj faktora B različit za svaku razinu faktora A. Stoga uopće nije smisleno govoriti o izoliranom utjecaju bilo kojeg od tih faktora, jer se taj utjecaj mijenja za svaki promatrani faktor ovisno o razini onog drugog. Ako je interakcija značajna, onda se pažnja usmjerava na pretpostavljanje iznosa aritmetičkih sredina ćelija, a ako nije značajna onda se prelazi na analiziranje izoliranog utjecaja svakog od faktora. Pretpostavljeni iznos graničnih aritmetičkih sredina faktora A računa se prema izrazu:

$$\bar{y}_{i..} = \frac{1}{bn} \sum_j \sum_k y_{i,j,k}, \text{ uz } \text{var}(\bar{y}_{i..}) = \frac{\sigma^2}{bn} \quad (6.8)$$

Za faktor B taj izrazi glasi:

$$\bar{y}_{j..} = \frac{1}{an} \sum_i \sum_k y_{i,j,k}, \text{ uz } \text{var}(\bar{y}_{j..}) = \frac{\sigma^2}{an} \quad (6.9)$$

Iz samog izraza za varijancu mogu se donijeti zaključci o učinkovitosti dvofaktorijskog dizajna. Prednost mu je da granične aritmetičke sredine imaju  $n \times b$  replikata za faktor A i  $n \times a$  replikata za faktor B. Faktorijska struktura, bez postojanja interakcija, ima prednost u postojanju dodatne replikacije, to jest umnožak broja opažanja po ćeliji i broja razina drugog faktora.

## 6.2. Proširenje na dizajn s tri faktora

Faktorijalni dizajn s tri faktora zapisuje se kao:

$$Y_{i,j,k} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{i,j} + (\alpha\gamma)_{i,k} + (\beta\gamma)_{j,k} + (\alpha\beta\gamma)_{i,j,k} + e_{i,j,k,l} \quad (6.10)$$

gdje je:

- $i = 1, \dots, a$
- $j = 1, \dots, b$
- $k = 1, \dots, c$
- $l = 1, \dots, n$ .

Analiza varijance sadrži tri glavna učinka, tri dvosmjerne interakcije, jednu trosmjernu interakciju i jednu grešku.

## 6.3. Određivanje veličine uzorka

Za slučaj kada se promatraju samo dva faktora gdje je  $N = a \times b \times n$ , ( $n$  = broj replikata po ćeliji), veličina uzorka za faktor A računa se prema izrazu:

$$\phi^2 = \frac{(nb \times D^2)}{(2a \times \sigma^2)} \quad (6.11)$$

gdje je:

- $D$  – razlika između maksimalnog iznosa  $\bar{\mu}_i$  i minimalnog iznosa  $\bar{\mu}_i$
- $b$  – broj opažanja za svaku razinu faktora A.

Slično se računa veličina uzorka za faktor B:

$$\phi^2 = \frac{(na \times D^2)}{(2b \times \sigma^2)} \quad (6.12)$$

gdje je:

- $D$  – razlika između maksimalnog iznosa  $\bar{\mu}_j$  i minimalnog iznosa  $\bar{\mu}_j$
- $a$  – broj opažanja za svaku razinu faktora B.



## 7. $2^k$ FAKTORIJALNI DIZAJN

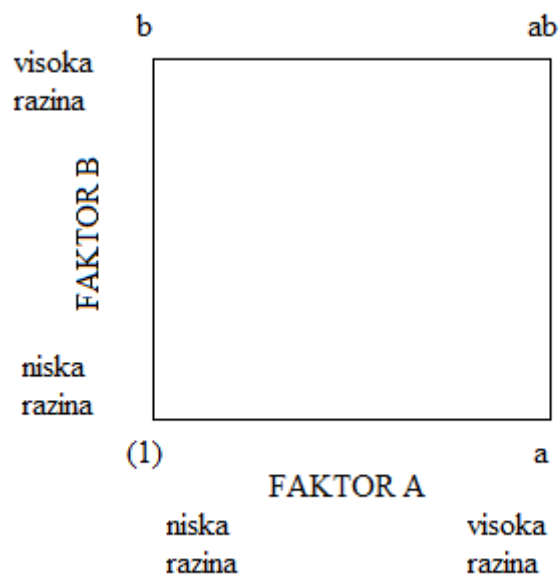
$2^k$  dizajn predstavlja jedan od osnovnih građevnih blokova koji se koristi prilikom planiranja velikog broja pokusa. Sam naziv  $2^k$  se odnosi na dizajn koji sadrži  $k$  faktora od kojih svaki ima samo dvije osnovne razine, što predstavlja potrebiti minimum. Većinom se koristi pri planiranju skenirajućih dizajna, a pod time se podrazumijevaju tehnike planiranja koje analiziraju veliki broj faktora koji potencijalno mogu utjecati na rezultat pokusa. Cilj je naravno izolirati iz gomile one faktore koji imaju važan utjecaj na odaziv procesa. Sukladno tome, brojčani iznos varijable  $k$  varira ovisno o procesu. Osnovne karakteristike i prednosti koje pruža  $2^k$  dizajn su sljedeće:

- analizira  $k$  faktora
- svaki faktor ima dvije razine, visoku i nisku, koje se najčešće označavaju kao +1 i -1
- osnova je za skenirajući dizajn
- služi za identifikaciju važnih faktora i njihovih potencijalnih interakcija
- interakcija ima jedan stupanj slobode
- faktori mogu biti kvantitativni i kvalitativni
- moguće je koristiti opći regresijski model [12]

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{1,2} x_1 x_2 + \epsilon \quad (7.1)$$

### 7.1. Opći oblik

Najjednostavniji slučaj  $2^k$  faktorijalnog dizajna je kada se analiziraju samo dva faktora. Kombinacija tretmana za ovakav slučaj prikazana je na donjoj slici (Slika 15).



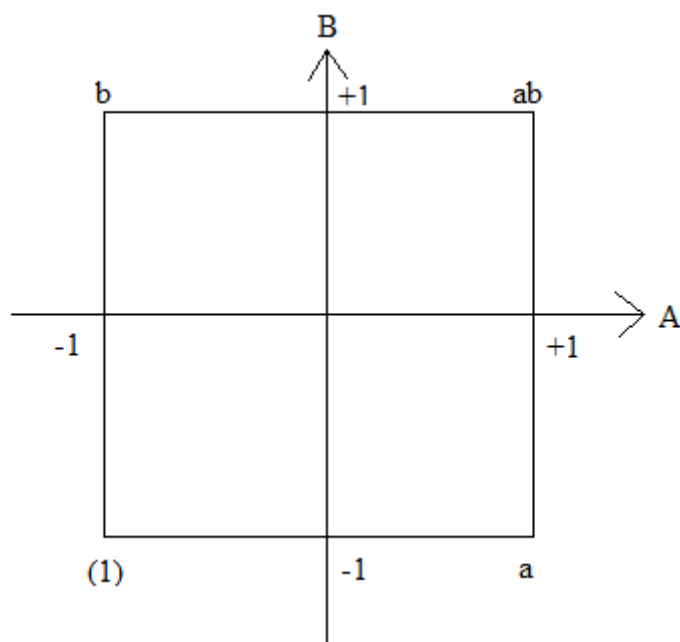
Slika 15. Osnovna kombinacija tretmana

Kako je broj faktora jednak dva, a radi se o  $2^k$  faktorijalnom dizajnu, mogući broj tretmana, odnosno kombinacija iznosi  $2^k = 2^2 = 4$ . Ti su tretmani prikazani u donjoj tablici (Tablica 11).

Tablica 11. Yates-ova notacija s dva faktora

A	B	Yates-ova notacija
-1	-1	(1)
+1	-1	a
-1	+1	b
1	1	ab

Ovaj se najjednostavniji slučaj može prikazati i u koordinatnom sustavu, kod kojeg je na osi apscisa vrijednost faktora A, a na osi ordinata vrijednost faktora B (Slika 16).



**Slika 16. Yates-ova notacija u koordinatnom sustavu**

Yates-ova notacija za različite kombinacije razina faktora, odnosno tretmane glasi:

- (1) – razine obaju faktora su niske, to jest -1
- a – razina faktora A je visoka, +1, dok je razina faktora B niska, -1
- b – razina faktora B je visoka, +1, dok je razina faktora A niska, -1
- ab – razina obaju faktora je visoka, to jest +1.

Cilj je, kao i kod svakog planiranja pokusa, odrediti koji od ovih faktora su važni. Nakon što se to utvrdi, planira se sljedeći pokus koji za svrhu ima određivanje razine pojedinog faktora za koji je odziv eksperimenta optimalan. Zbog toga je skenirajući dizajn, koristeći  $2^k$  faktorijalni dizajn, prva faza eksperimentalnog slijeda. U drugoj se fazi traži odzivna površina eksperimenta, koja rezultira određivanjem optimalnih razina pojedinih faktora.

## 7.2. Procjena učinka faktora

U kontekstu  $2^k$  faktorijalnog dizajna, učinkom faktora smatra se razlika između aritmetičkih sredina pri visokoj i niskoj razini faktora. Prema tome, učinak faktora A računa se prema izrazu:

$$A = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-} \quad (7.2)$$

Sukladno tome, učinak faktora B računa se kao:

$$B = \bar{y}_{B+} - \bar{y}_{B-} \quad (7.3)$$

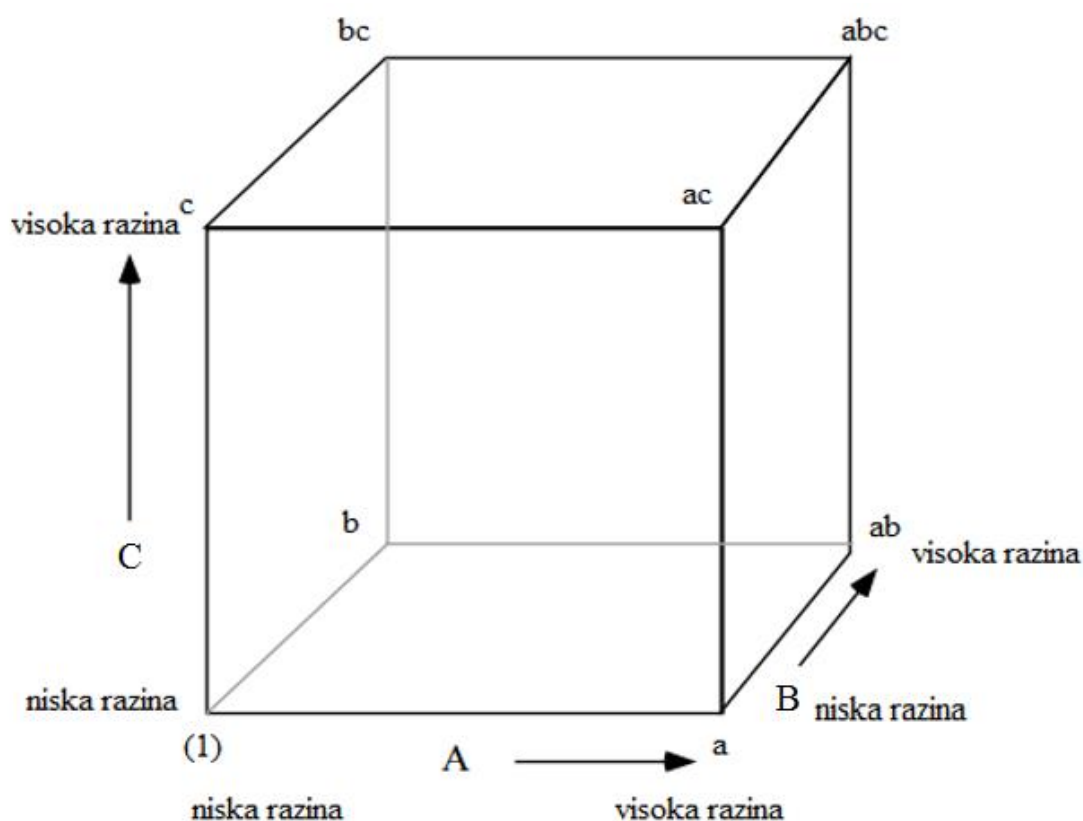
Interakcija faktora A i B računa se prema sljedećem izrazu:

$$AB = \frac{ab + (1)}{2n} - \frac{a + b}{2n} \quad (7.4)$$

Za razliku od drugih modela, gdje učinci predstavljaju koeficijente koji se računaju kao razlika graničnih aritmetičkih sredina i ukupne aritmetičke sredine, kod Yates-ove notacije koristi se razlika aritmetičkih sredina pri visokoj i niskoj razini pojedinih faktora.

### 7.3. $2^k$ faktorijalni dizajn s tri faktora

Kombinacija tretmana za slučaj kada se analiziraju utjecaji tri različita faktora prikazana je na donjoj slici (Slika 17).



Slika 17. Kombinacija tretmana s tri faktora

Tablica dizajna dana je ispod (Tablica 12).

**Tablica 12. Yates-ova notacija s tri faktora**

A	B	C	Yates-ova notacija
-1	-1	-1	(1)
+1	-1	-1	a
-1	+1	-1	b
+1	+1	-1	ab
-1	-1	+1	c
+1	-1	+1	ac
-1	+1	+1	bc
+1	+1	+1	abc

Kontrasti se u ovom slučaju mogu izraziti kao produkt svakog pojedinog kontrasta, to jest kontrast AB je produkt kontrasta A i kontrasta B, kontrast AC produkt kontrasta A i kontrasta C, te tako za sve moguće kombinacije. Koristeći te kontraste, definiraju se učinci svih faktora. Učinak za  $k$  faktora izražen je kao:

$$\text{Učinak} = \left( \frac{1}{2^{(k-1)}n} \right) [\text{ukupni kontrast}] \quad (7.5)$$

Varijanca učinka definirana je kao:

$$\begin{aligned} \text{Varijanca(Učinak)} &= \left[ \frac{1}{(2^{(k-1)}n)^2} \right] V(\text{kontrast}), \text{ ili} \\ &= \left[ \frac{1}{(2^{(k-1)}n)^2} \right] 2^k n \sigma^2 \\ &= \sigma^2 / 2^{(k-2)} n \end{aligned} \quad (7.6)$$

Suma kvadrata učinka računa se prema:

$$SS(\text{učinak}) = (\text{kontrast})^2 / 2^k n \quad (7.7)$$

Za testiranje učinka nekog faktora konstruira se  $t$ -test, koji se računa prema sljedećem izrazu:

$$t^* = \frac{\text{Učinak}}{\sqrt{\frac{MSE}{n2^{k-2}}}} \sim t(2^k(n-1)) \quad (7.8)$$

gdje  $\sim$  predstavlja  $t$  distribuciju koja ima  $2^k(n-1)$  stupnjeva slobode. Svaki učinak u  $2^k$  modelu ima jedan stupanj slobode. Najjednostavniji je slučaj analize dva glavna učinka i njihove jedne interakcije. Svaki od njih ima jedan stupanj slobode. Prema tome  $t$  statistika je omjer učinka i standardne devijacije učinka. Ukoliko postoji  $t$  statistika s  $\nu$  stupnjeva slobode koja se kvadrira, nastaje  $F$  distribucija s jednim i  $\nu$  stupnjevima slobode:

$$t^2(\nu) = F(1, \nu) \quad (7.9)$$

Iz toga slijede izrazi:

$$(t^*(\nu))^2 = \frac{(\text{Učinak})^2}{\frac{MSE}{n2^{k-2}}} \quad (7.10)$$

$$F(1, \nu) = \frac{SS(\text{Učinak})/1}{MSE} = \frac{(\text{kontrast})^2}{2^k n (MSE)} \quad (7.11)$$

Prema definiciji učinka, može se zapisati:

$$(\text{Učinak})^2 = (\text{kontrast})^2 / (n2^{k-1})^2, \quad (7.12)$$

iz čega slijedi:

$$F(1, \nu) = (t^*(\nu))^2 \quad (7.13)$$

#### 7.4. Nereplicirani $2^k$ faktorijalni dizajn

Nereplicirani  $2^k$  faktorijalni dizajn sadrži samo jedno zapažanje u svakom rubu kocke. Takav se dizajn još naziva pojedinačnim replikatom. Upotrebljava se u sljedećim situacijama:

- proces koji se analizira je jako velik i složen
- iznos broja faktora koji se analiziraju je povećati
- proces za provedbu zahtijeva znatna novčana sredstva
- provedba procesa traje jako dugo.

Zbog gore navedenih situacija javlja se potreba za provođenjem skenirajućeg dizajna sa što je moguće manje zapažanja. Ovakav način dizajna se razlikuje od svih ostalih po tome što je opće pravilo za sve pokuse generiranje najmanje dvaju replikata. Razlog tome je da se na taj način dolazi do procjene varijacije. Unatoč tome, primjena nerepliciranog  $2^k$  dizajna je dosta rasprostranjena. Rizik je u tome što samo jedno neuobičajeno zapažanje može pokvariti sve rezultate analize. Prilikom odabira razina faktora nude se dvije mogućnosti – niska razina i visoka razina. Vrijednosti tih razina se mogu odabrati tako da budu što bliže jedna drugoj, ili što više udaljene. Što su te vrijednosti udaljenije manja će biti procijenjena varijanca. Za smislen odabir tih razina važno je razumijevanje utjecaja pojedinog faktora na proces, odnosno važno je shvatiti kontekst svakog pojedinog eksperimenta. Utjecaj replikacije u statističkoj analizi je sljedeći:

- replikacija pruža procjenu „prave greške“
- bez upotrebe replikacije, potpuni model rezultira posjedovanjem nula stupnjeva slobode za grešku.

Potencijalna rješenja za gore navedene probleme su:

- izbacivanje interakcija najvišeg stupnja iz modela
- prilagođavanje učinka normalnoj distribuciji
- izbacivanje pojedinih faktora iz analize.

## **7.5. Blokiranje u $2^k$ faktorijalnom dizajnu**

Blokiranje je već prije bilo objašnjeno kao metoda za uklanjanje vanjskih utjecaja na varijaciju. Ono ima drugačiju ulogu u kontekstu  $2^k$  faktorijalnog dizajna, i to ovisno o tome da li se radi o repliciranom ili nerepliciranom dizajnu.

### **7.5.1. Blokiranje u repliciranom dizajnu**

U  $2^k$  faktorijalnom dizajnu, s  $n$  replikacija po ćeliji, provodi se potpuno nasumični dizajn gdje se svakoj od  $2^k \times n$  eksperimentalnih jedinica pridružuje jedan od  $2^k$  tretmana. Ukoliko postoji  $n$  replikata,  $n$  se može koristiti kao blok, te se na taj način svim eksperimentalnim jedinicama  $2^k$  u svakom od  $n$  blokova pridružuje jedan od  $2^k$  tretmana. U slučaju kada repliciranje ne predstavlja dodatni trošak, eksperiment se može blokirati tako da se prvo provodi testiranje jednog replikata, zatim drugog, trećeg, ...,  $n$ , umjesto da se istovremeno analizira  $n \times 2^k$

tretmana. Blokiranje u slučaju repliciranog dizajna uvijek ima prednost u odnosu na provođenje procesa bez blokiranja. I dalje postoji veliki broj faktora koji potencijalno utječu na varijaciju, koji se koriste kao blokirani faktori. Prema tome, uvijek je isplativo blokirati dizajn.

### 7.5.2. *Blokiranje u nerepliciranom dizajnu*

Blokiranje u slučaju  $2^k$  faktorijalnog dizajna, provodi se drugačije u odnosu na dizajn u kojem broj replikacija  $n$  predstavlja broj blokova. U procesu u kojem se analizira utjecaj samo dvaju faktora, moguća kombinacija tretmana dana je u donjoj tablici (Tablica 13).

**Tablica 13. Kombinacija tretmana s dva faktora**

tretman	A	B	AB
(1)	-1	-1	1
a	1	-1	-1
b	-1	1	-1
ab	1	1	1

Ukoliko je veličina bloka manja od četiri, ona se računa prema izrazu  $2^p$ . Neka je veličina bloka za ovaj slučaj dva. To znači da se svakom bloku pridružuju dva tretmana. Opće je pravilo da se kao osnova za određivanje blokova koristi učinak od najmanjeg interesa za istraživača, a to je obično interakcija najvišeg stupnja. U ovom slučaju je to interakcija AB, te će ona biti korištena za specificiranje blokova. To znači da će u jednom bloku biti tretmani koji za interakciju AB imaju razinu jedan, a u drugom koji za tu istu interakciju imaju iznos minus jedan (Tablica 14).

**Tablica 14. Određivanje blokova s dva faktora**

tretman	A	B	AB	Blok
(1)	-1	-1	1	1
a	1	-1	-1	2
b	-1	1	-1	2
ab	1	1	1	1

Uporabom ovog dizajna dodjeljuju se tretmani svakom bloku. U ovom će slučaju bloku jedan biti dodijeljeni tretmani (1) i ab, a bloku dva tretmani a i b (Tablica 15).



**Tablica 15. Dodjeljivanje tretmana blokovima s dva faktora**

Blok	1	1
AB	+	-
	(1)	a
	ab	b

Ovaj se dizajn blokira koristeći interakciju AB. Iz pokusa je moguće dobiti informacije o glavnim učincima A i B faktora, ali je neosnovan s obzirom na određivanja utjecaja interakcije AB. To proizlazi iz toga što se blokovi i interakcija A i B međusobno zbunjuju, odnosno nije moguće odrediti da je rezultat pokusa takav zbog različitih interakcija AB, ili zbog odabranog rasporeda blokova.

### 7.5.3. Blokiranje u $2^3$ faktorijalnom dizajnu

U slučaju kada se analizira utjecaj triju različitih faktora s dvije osnovne razine, broj mogućih tretmana prikazan je u donjoj tablici (Tablica 16).

**Tablica 16. Kombinacija tretmana s tri faktora**

tretman	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
(1)	-	-	-	+	+	+	-
a	+	-	-	-	-	+	+
b	-	+	-	-	+	-	+
ab	+	+	-	+	-	-	-
c	-	-	+	+	-	-	+
ac	+	-	+	-	+	-	-
bc	-	+	+	-	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+

U slučaju  $2^3$  faktorijalnog dizajna, moguća veličina blokova je  $2^1 = 2$  ili  $2^2 = 4$ . U dizajnu  $2^k$  s brojem blokova  $2^p$  veličina bloka iznosi  $2^{k-p}$ . Za određivanje  $2^p$  blokova potrebno je odabrati  $p$  učinaka, iz čega slijedi da se  $2^p - 1$  učinaka zbunjuje s blokovima, odnosno zbunjuju se odabrani učinci te njihova interakcija. U gornjoj su tablici definirani tri glavna učinka (A, B i C), tri dvosmjerne interakcije (AB, AC i BC) te jedna trosmjerna interakcija (ABC). Za određivanje

blokova potrebno je odabrati jedan učinak čiji se utjecaj neće promatrati. Neka u prvom slučaju veličina bloka iznosi četiri. Učinak koji će se koristiti za dizajniranje blokova je onaj najvišeg stupnja, odnosno interakcija ABC. Takav je raspored blokova prikazan u donjoj tablici (Tablica 17).

**Tablica 17. Određivanje blokova s tri faktora i veličinom bloka četiri**

tretman	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	Blok
(1)	-	-	-	+	+	+	-	1
a	+	-	-	-	-	+	+	2
b	-	+	-	-	+	-	+	2
ab	+	+	-	+	-	-	-	1
c	-	-	+	+	-	-	+	2
ac	+	-	+	-	+	-	-	1
bc	-	+	+	-	-	+	-	1
abc	+	+	+	+	+	+	+	2

Sljedeći je korak dodjeljivanje tretmana svakom bloku. Prvom se bloku dodjeljuju tretmani (1), ab, ac i bc, a drugom bloku tretmani a, b, c i abc (Tablica 18).

**Tablica 18. Dodjeljivanje tretmana blokovima s tri faktora i veličinom bloka četiri**

Blok	1	2
ABC	-	+
	(1)	a
	ab	b
	ac	c
	bc	abc

Opet je vidljivo kako će statistička analiza procesa dati rezultate koji opisuju sve glavne učinke (A, B i C) i sve dvosmjerne interakcije (AB, AC i BC), ali ne i učinak trosmjerne interakcije (ABC). To je posljedica toga što je taj učinak odabran za dizajniranje blokova, te stoga dolazi do zbunjivanja blokova i interakcije ABC. Drugi je slučaj ukoliko istraživač želi da veličina

bloka iznosi dva. Tada je za grupiranje svih tretmana u blokove potrebno četiri različita bloka. Da bi se odredila četiri različita bloka potrebno je odabrati dva učinka čiji se utjecaj neće promatrati. Ako se za zbunjivanje odaberu dva učinka, broj stupnjeva slobode iznosi dva. Četiri bloka posjeduju tri stupnja slobode. Stoga, zbunjivanjem dvaju učinaka zbunjuje se i interakcija među njima. Neka se za prvi blok odabere učinak ABC. Sljedeći bi odabir bila neka dvosmjerna interakcija, kao što je AB. Odabirom ova dva učinka zbunjuje se i interakcija među njima, a to je u ovom slučaju C. Kako se odabirom ABC i AB zbunjuje i glavni učinak C, ovaj izbor nije preporučljiv. Sljedeći logički korak bio bi odabir dvaju dvosmjernih interakcija. Neka to budu AB i AC. Interakcija među tim dvama učincima je BC, što znači da se zbunjuju tri dvosmjerna učinka, to jest njihov se utjecaj neće promatrati. To je prihvatljiv izbor za ovakav slučaj. Određivanje blokova odabirom interakcija AB i AC prikazano je u donjoj tablici (Tablica 19).

**Tablica 19. Određivanje blokova s tri faktora i veličinom bloka dva**

tretman	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	Blok
(1)	-	-	-	+	+	+	-	1
a	+	-	-	-	-	+	+	2
b	-	+	-	-	+	-	+	3
ab	+	+	-	+	-	-	-	4
c	-	-	+	+	-	-	+	4
ac	+	-	+	-	+	-	-	3
bc	-	+	+	-	-	+	-	2
abc	+	+	+	+	+	+	+	1

Nakon određivanja blokova dizajnira se tablica u kojoj su prikazani tretmani dodijeljeni pojedinom bloku (Tablica 20).

**Tablica 20. Dodjeljivanje tretmana blokovima s tri faktora i veličinom bloka dva**

Blok	1	2	3	4
AB, AC	+, +	-, -	-, +	+, -
	(1)	a	b	ab
	abc	bc	ac	c

**7.5.4. Stupnjevi slobode**

U slučaju kada je broj replikata  $n = 3$ , a broj blokova  $b = 4$ , model izgleda ovako:

$$Y_{i,j,k,l,m} = \mu + r_i + b_{j,(i)} + \alpha_k + \beta_l + \gamma_m + \dots \quad (7.14)$$

gdje je:

- $i$  – indeks replikata
- $j$  – indeks bloka unutar replikata
- $k, l, m$  – indeksi pojedinih faktora.

Stupnjevi slobode za ovakav slučaj računaju se prema donjoj tablici (Tablica 21).

**Tablica 21. Stupnjevi slobode**

	stupanj slobode	
replikat	$n - 1$	$= 3 - 1 = 2$
blok	$n (b - 1)$	$= 3 (4 - 1) = 9$
A	$2 - 1$	$= 1$
B	$2 - 1$	$= 1$
C	$2 - 1$	$= 1$
ABC	$2 - 1$	$= 1$
greška	$(n - 1) \times 4$	$= (3 - 1) \times 4 = 8$
ukupno	$n \times 2^3 - 1$	$= 3 \times 8 - 1 = 23$

### 7.6. Alternativna metoda dodjeljivanja tretmana blokovima

Za dosadašnje dodjeljivanje tretmana korišteni su - i +, koji su označavali nisku razinu faktora (-) i visoku razinu faktora (+). Alternativna metoda označavanja je s 0 i 1, gdje 0 označava nisku razinu faktora, a 1 visoku razinu. Kombinacija tretmana za takav slučaj prikazana je u donjoj tablici (Tablica 22).

**Tablica 22. Kombinacija tretmana s 0 i 1 razinama faktora**

tretman	A	B	C
(1)	0	0	0
c	0	0	1
b	0	1	0
bc	0	1	1
a	1	0	0
ac	1	0	1
ab	1	1	0
abc	1	0	1

Prednost korištenja ovakvog načina označavanja tretmana je mogućnost dodjeljivanja tretmana blokovima uporabom matematičkih procedura. Kontrasti se računaju prema sljedećim izrazima:

$$L_{AB} = X_1 + X_2 \pmod{2} \quad (7.15)$$

$$L_{AC} = X_1 + X_3 \pmod{2} \quad (7.16)$$

$$L_{BC} = X_2 + X_3 \pmod{2} \quad (7.17)$$

$$L_{ABC} = X_1 + X_2 + X_3 \pmod{2} \quad (7.18)$$

gdje:

- $(mod\ 2)$  – modularna aritmetička sredina, što znači da se zbroj dijeli s 2 i zapisuje se ostatak.

Prema gornjim izrazima računaju se modularne aritmetičke sredine svih interakcija. Te su sredine prikazane u donjoj tablici (Tablica 23).

**Tablica 23. Tablica modularnih aritmetičkih sredina**

tretman	A	B	C	$L_{AB}$	$L_{AC}$	$L_{BC}$	$L_{ABC}$
(1)	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	1	0	1	1	1
b	0	1	0	1	0	1	1
bc	0	1	1	1	1	0	0
a	1	0	0	1	1	0	1
ac	1	0	1	1	0	1	0
ab	1	1	0	0	1	1	0
abc	1	1	1	0	0	0	1

Ako se za određivanje blokova odaberu  $L_{AB}$  i  $L_{AC}$  nastaju blokovi definirani u donjoj tablici (Tablica 24).

**Tablica 24. Određivanje blokova koristeći modularne aritmetičke sredine**

tretman	A	B	C	$L_{AB}$	$L_{AC}$	$L_{BC}$	$L_{ABC}$	Blok
(1)	0	0	0	0	0	0	0	1
c	0	0	1	0	1	1	1	2
b	0	1	0	1	0	1	1	3
bc	0	1	1	1	1	0	0	4
a	1	0	0	1	1	0	1	4
ac	1	0	1	1	0	1	0	3
ab	1	1	0	0	1	1	0	2
abc	1	1	1	0	0	0	1	1

Iz gornje je tablice vidljivo kako su na temelju modularnih aritmetičkih sredina  $L_{AB}$  i  $L_{AC}$  odabrani blokovi ovisno o kombinaciji tih sredina. Nakon toga se svakom bloku mogu pridružiti odgovarajući tretmani (Tablica 25).

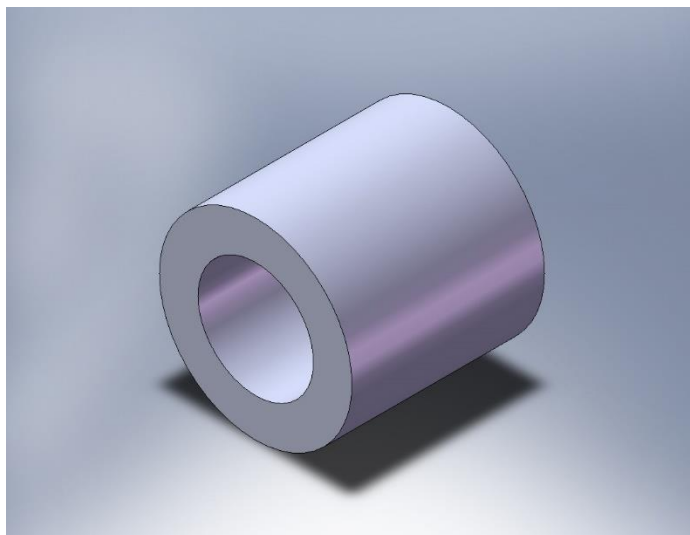
**Tablica 25. Dodjeljivanje tretmana blokovima određenim modularnim aritmetičkim sredinama**

Blok	1	2	3	4
$L_{AB}, L_{AC}$	0, 0	0, 1	1, 0	1, 1
	(1)	c	b	bc
	abc	ab	ac	a

Iz ovog je primjera vidljivo da se prilagodbom razina faktora matematičkim metodama i na taj način može odrediti dizajn blokova, to jest raspored tretmana unutar blokova.

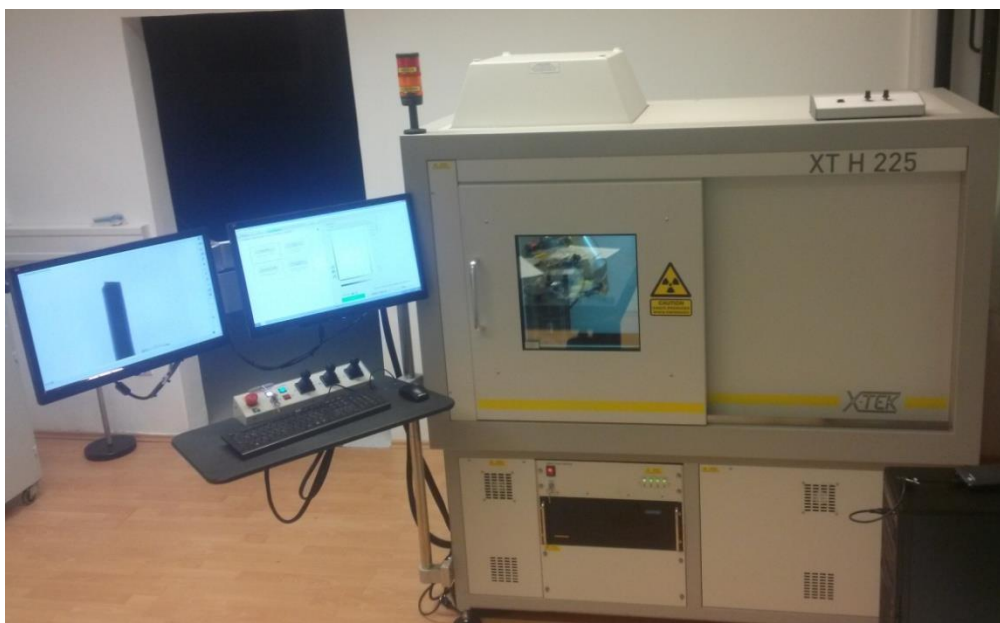
## 8. EKSPERIMENT

U eksperimentalnom je djelu potrebno analizirati kvalitativne utjecajne parametre kod postupka mjerenja računalnom tomografijom te ih statistički testirati. Predmet mjerenja je aluminijski cilindar prikazan na donjoj slici (Slika 18).



**Slika 18. Aluminijski cilindar**

Mjerenje je provedeno na CT skeneru proizvođača NIKON, oznake XTH 225 (Slika 19).



**Slika 19. CT skener**



Odabrani su sljedeći ulazni parametri kod skeniranja:

- napon 130 kV
- struja 30  $\mu$ A
- snaga 3,9 W
- kut zakreta okretnog stola = 0,36°.

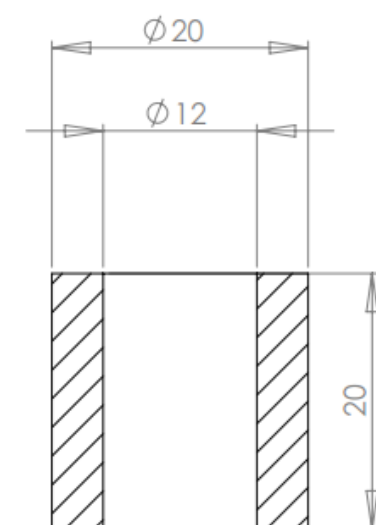
Pošto je kut zakreta 0,36°, ukupno je skenirano 1000 2D slika koje su se kasnije koristile pri izradi 3D modela predmeta mjerenja. Rekonstruirana su 4 modela u softveru CT Pro 3D, pri čemu je svaki od modela mjeren za dva različita slučaja odabira metode dodjeljivanja površine predmeta mjerenja (eng. *Surface Determination* - SD). Istom je modelu površina određena automatski softverskim rješenjem i manualno, to jest subjektivno, pri čemu je mjeritelj taj koji određuje granice predmeta prema dosadašnjem iskustvu. Za dodjeljivanje površina koristi se softver za mjerenje dimenzionalnih značajki VolumeGraphics 3.0. Parametre koje je potrebno analizirati su sljedeći:

- Beam Hardening filter (BH); razina 0 (bez filtera) i razina 1 (s filterom)
- Noise Reduction filter (NR); razina 0 (bez filtera) i razina 1 (s filterom)
- Surface determination (SD); razina 0 (automatic) i razina 1 (manual).

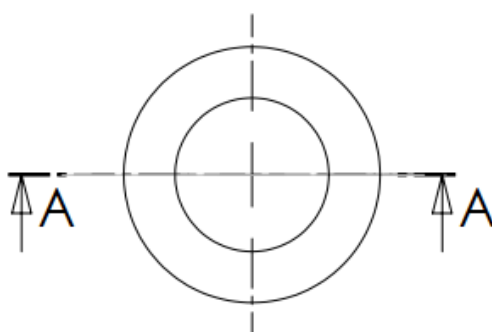
Promatrane izlazne vrijednosti su:

- vanjski promjer cilindra  $D$
- unutarnji promjer cilindra  $d$
- duljina  $l$ .

Gore navedene mjere prikazane su na donjoj slici (Slika 20).



SECTION A-A

**Slika 20. Mjere aluminijskog cilindra**

Rezultati mjerenja dani su u donjoj tablici (Tablica 26).

Tablica 26. Rezultati mjerenja

Broj	Faktor 1 A: Beam Hardening filter (BH)	Faktor 2 B: Noise Reduction filter (NR)	Faktor 3 C: Surface determination (SD)	Promatrani izlaz 1 vanjski promjer $D$ , mm	Promatrani izlaz 2 unutarnji promjer $d$ , mm	Promatrani izlaz 3 duljina $l$ , mm
1	s filterom	s filterom	manual	20,131	12,066	20,105
2	bez filtera	bez filtera	manual	20,149	12,044	20,135
3	s filterom	s filterom	automatic	20,163	12,029	20,143
4	bez filtera	bez filtera	automatic	20,170	12,008	20,163
5	s filterom	bez filtera	automatic	20,155	12,031	20,152
6	s filterom	bez filtera	manual	20,142	12,046	20,118
7	bez filtera	s filterom	automatic	20,209	11,982	20,196
8	bez filtera	s filterom	manual	20,182	12,012	20,169

Za analizu gore prikazanih podataka korišten je program DX7-Trial version.

### 8.1. Metodologija korištena za izradu i vrednovanje matematičkih modela

Za određivanje prikladnosti modela korišteni su  $F$ -test i maksimalne vrijednosti koeficijenta determinacije,  $R$ -kvadrata (eng. *R-Squared*), odnosno prilagođeni  $R$ -kvadrat (eng. *Adjusted R-Squared*) i predviđeni  $R$ -kvadrat (eng. *Predicted R-Squared*) te adekvatna preciznost (eng. *Adequate Precision*). Provedena je analiza varijance izrađenih modela za svaku pojedinu izlaznu vrijednost. Primjenom  $F$ -testa određena je značajnost svakog modela i pojedinih članova [16]. Također su korišteni normalizirani papir vjerojatnosti te usporedba stvarnog i modelom izračunatog odziva.

$F$ -vrijednost modela je omjer procijenjene varijance modela i procijenjene varijance ostataka koji pokazuje relativan doprinos procijenjene varijance modela procijenjenoj varijanci ostataka. Veliki broj ukazuje na to da je varijanca u velikoj mjeri objašnjena modelom, a mali broj da je varijanca moguća zbog šumova. Vrijednost „ $Prob > F$ “ analizirane  $F$ -vrijednosti modela je

vjerojatnost da je hipoteza  $H_0$  istinita. Kada je vrijednost „ $Prob > F^*$ “ manja od 0,05, znači da je model značajan, a u obrnutom slučaju da nije značajan.

$F$ -vrijednost člana modela je omjer procijenjene varijance člana modela i procijenjene varijance ostataka koji pokazuje relativan doprinos procijenjene varijance člana modela procijenjenoj varijanci ostataka. Veliki broj ukazuje na to da je varijanca u velikoj mjeri objašnjena članom modela, a mali broj da je varijanca moguća zbog šumova. Vrijednost „ $Prob > F^*$ “ analizirane  $F$ -vrijednosti člana modela je vjerojatnost da je hipoteza  $H_0$  istinita. Kada je vrijednost „ $Prob > F^*$ “ manja od 0,05, znači da je član modela značajan, a u obrnutom slučaju da je neznačajan.

Prema potrebi, provodi se redukcija modela eliminacijom unatrag, odnosno isključivanjem neznačajnih članova čija je vrijednost „ $Prob > F^*$ “ veća od 0,05. Ovakvim pristupom redukciji modela eliminacijom unatrag, svi članovi imaju mogućnost uključivanja što dovodi do povećanja robusnosti modela.

$R$ -kvadrat (eng. *R-Squared*) je koeficijent determinacije koji predstavlja procjenu ukupne varijacije podataka objašnjenih pomoću modela. Izračunava se prema sljedećem izrazu:

$$R^2 = 1 - \left[ \frac{SS_{\text{ost}}}{SS_{\text{ost}} + SS_{\text{model}}} \right] \quad (8.1)$$

gdje je :

- $SS_{\text{ost}}$  – suma kvadrata ostataka
- $SS_{\text{model}}$  – suma kvadrata modela.

Prilagođeni  $R$ -kvadrat (eng. *Adjusted R-Squared*) je  $R$ -kvadrat prilagođen broju stupnjeva slobode modela u odnosu na broj stanja pokusa. Računa se kao:

$$R_{\text{adj}}^2 = 1 - \left[ \frac{\frac{SS_{\text{ost}}}{df_{\text{ost}}}}{\frac{SS_{\text{ost}} + SS_{\text{model}}}{df_{\text{ost}} + df_{\text{model}}}} \right] \quad (8.2)$$

gdje je:

- $SS_{\text{ost}}$  – suma kvadrata ostataka
- $SS_{\text{model}}$  – suma kvadrata modela
- $df_{\text{ost}}$  – stupnjevi slobode ostataka

- $df_{\text{model}}$  – stupnjevi slobode modela.

Predviđeni  $R$ -kvadrat (eng. *Predicted R-Squared*) je mjera iznosa varijacija u novim podacima objašnjenim pomoću modela. Oba  $R$ -kvadrata, prilagođeni i predviđeni, trebala bi biti blizu jedinice, a ako su jednaki jedinici onda je 100 % varijacije promatranih vrijednosti objašnjeno modelom. Razlika između prilagođenog i predviđenog  $R$ -kvadrata ne smije biti veća od 0,2. Ako je razlika znatno veća, postoji sumnja u vjerodostojnost podataka ili izrađenog matematičkog modela. Ukoliko je prilagođeni  $R$ -kvadrat veći od 75 % model se može smatrati značajnim. Predviđeni  $R$ -kvadrat računa se prema izrazu:

$$R_{\text{pred}}^2 = 1 - \left[ \frac{PRESS}{SS_{\text{ost}} + SS_{\text{model}}} \right] \quad (8.3)$$

gdje je:

- $SS_{\text{ost}}$  – suma kvadrata ostataka
- $SS_{\text{model}}$  – suma kvadrata modela
- $PRESS$  – predviđena suma kvadrata ostataka.

Aдекватna preciznost (eng. *Adequate Precision*) je mjera raspona predviđenog odziva u odnosu na njegovu grešku, to jest omjer signal-šum. Poželjno je da je taj omjer veći od 4. Izračunava se prema sljedećem izrazu:

$$\left[ \frac{\max(\hat{y}) - \min(\hat{y})}{\sqrt{\bar{V}(\hat{y})}} \right] > 4 \quad (8.4)$$

gdje je:

- $\hat{y}$  – izračunata (maks. i min.) vrijednost za odziv nekog stanja plana pokusa podijeljena s prosječnom predviđenom greškom, a  $\bar{V}(\hat{y})$  se računa prema izrazu:

$$\bar{V}(\hat{y}) = \frac{p\sigma^2}{n} \quad (8.5)$$

gdje je:

- $p$  – broj parametara modela (uključujući i slobodni član i koeficijente interakcija)
- $n$  – broj eksperimenata
- $\sigma^2$  – varijanca ostataka.

Normalizirani papir vjerojatnosti ostataka ispituje normalnost izmjerenih vrijednosti za pojedina stanja pokusa. Iz njega se može zaključiti o postojanju nekog obrasca razdiobe prikazanih ostataka u odnosu na vrijednosti izračunatog (predviđenog) odziva.

## 8.2. Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem vanjskog promjera cilindra i izrada matematičkog modela za opisivanje utjecaja parametara mjerenja na vanjski promjer

Nakon statističke obrade rezultata dobivenih mjerenjem vanjskog promjera cilindra pristupilo se izradi matematičkog modela za opisivanje utjecaja parametara mjerenja na iznos vanjskog promjera cilindra, to jest modela kojim će se ovisno o ulaznim parametrima moći izračunati vrijednost vanjskog promjera. Analiza varijanca prikazana je u donjoj tablici (Tablica 27).

**Tablica 27. ANOVA za matematički model za izračunavanje vanjskog promjera cilindra**

Izvor varijacije	Suma kvadrata odstupanja	Broj stupnjeva slobode	Srednji kvadrat odstupanja	<i>F</i> -vrijednost	<i>p</i> -vrijednost <i>Prob &gt; F</i>	Značajnost
Model	4,149E-003	4	1,037E-003	31,00	0,0089	značajan
Članovi modela						
A	1,770E-003	1	1,770E-003	52,91	0,0054	značajan
B	5,951E-004	1	5,951E-004	17,79	0,0244	značajan
C	1,081E-003	1	1,081E-003	32,31	0,0108	značajan
AB	7,031E-004	1	7,031E-004	21,01	0,0195	značajan
Ostatak	1,004E-004	3	3,346E-005			
Ukupno	4,250E-003	7				

- A - Beam Hardening filter (BH)
- B - Noise Reduction filter (NR)
- C - Surface determination (SD).

*F*-vrijednost modela od 31,00 ukazuje na značajnost modela jer je vjerojatnost da se tako velika vrijednost pojavi uslijed šuma samo 0,89 %.

Vrijednost „*Prob > F*“ manja od 0,05 za svaki pojedini član matematičkog modela je dokaz značajnosti njihovog utjecaja. U ovom su modelu značajni faktori A, B, C i AB. U donjoj su

tablici prikazane veličine koje služe za opisivanje kvalitete izrađenog matematičkog modela (Tablica 28).

**Tablica 28. Veličine za opisivanje kvalitete izrađenog matematičkog modela za izračunavanje vanjskog promjera**

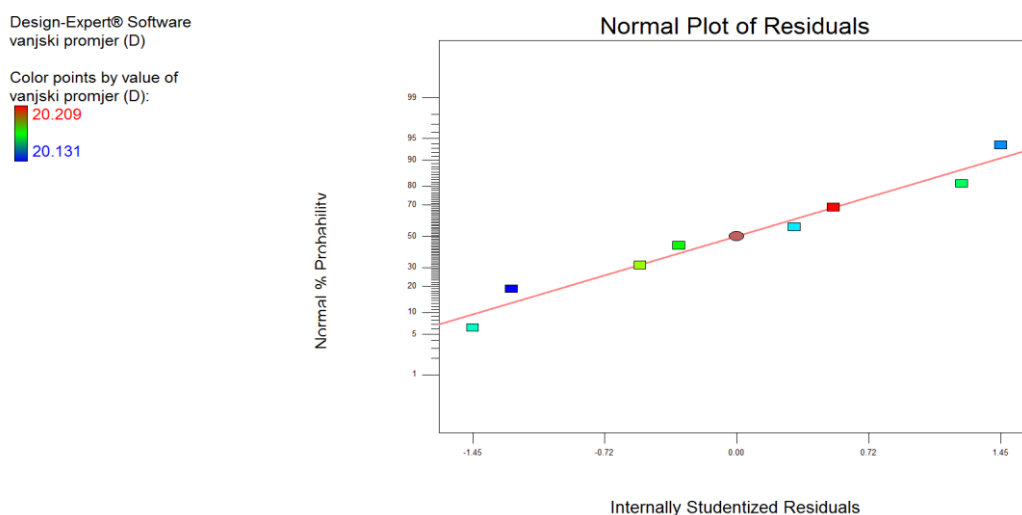
Procjena standardne devijacije	5,784E-003
Aritmetička sredina	20,16
Koeficijent varijacije - %	0,029
<i>PRESS</i> (Predviđena suma kvadrata ostataka)	7,138E-004
$R^2$ – koeficijent determinacije	0,9764
$R_{adj}^2$ – prilagođeni koeficijent determinacije	0,9449
$R_{pred}^2$ – predviđeni koeficijent determinacije	0,8320
Aдекватna preciznost	15,690

Vrijednost  $R_{pred}^2$  od 0,8320 je usklađena s vrijednošću  $R_{adj}^2$  koja iznosi 0,9449. Adekvatna preciznost mjeri odnos veličina signala u odnosu na šum. Poželjan je omjer veći od 4. Kako u ovom slučaju on iznosi 15,690, jasno je da postoji primjeren signal, što znači da se ovaj model može koristiti za analizu u eksperimentalnom prostoru. U donjoj su tablici prikazane procjene koeficijenata, stupnjevi slobode, procijenjena standardna devijacija koeficijenata (standardna pogreška), donje i gornje granice intervala povjerenja i faktor inflacije za svaki član modela (Tablica 29).

**Tablica 29. Statistički podaci svakog pojedinog člana za vanjski promjer cilindra**

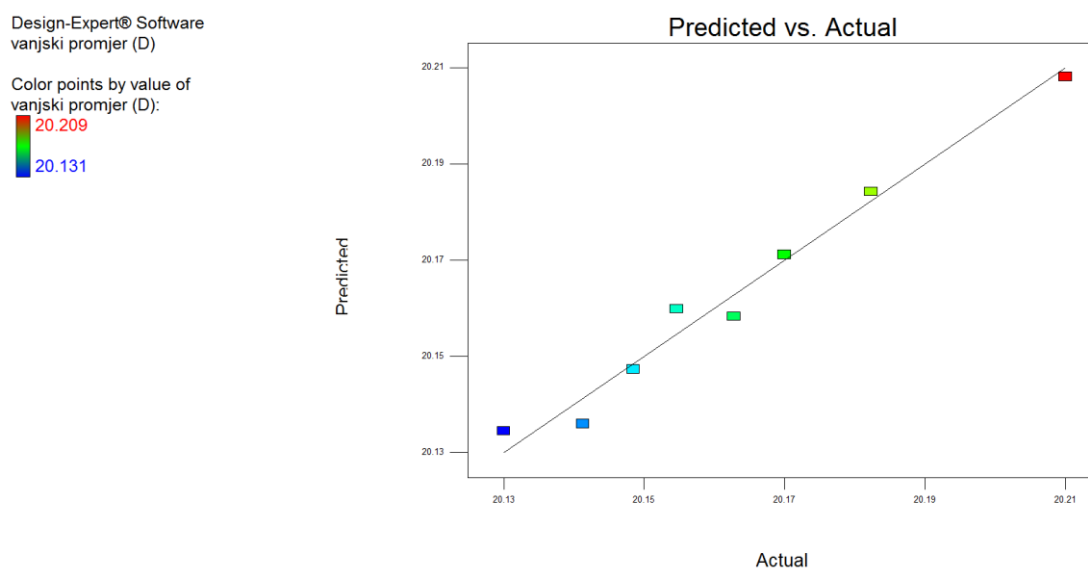
Član modela	Procjena koeficijenata	Stupnjevi slobode	Standardna pogreška	95 % interval povjerenja, donja granica	95 % interval povjerenja, gornja granica	Faktor inflacije varijance
Slobodni član	20,16	1	2,045E-003	20,16	20,17	
A	-0,015	1	2,045E-003	-0,021	-8,367E-003	1,00
B	8,625E-003	1	2,045E-003	2,117E-003	0,015	1,00
C	-0,012	1	2,045E-003	-0,018	-5,117E-003	1,00
AB	-9,375E-003	1	2,045E-003	-0,016	-2,867E-003	1,00

Faktor inflacije varijance mjeri porast varijance modela smanjenjem ortogonalnosti u planu pokusa. Iznos faktora inflacije u vrijednosti od 1,00 ukazuje na ortogonalnost svakog pojedinog člana u odnosu na ostale članove modela. Na donjoj je slici prikazan normalizirani papir vjerojatnosti ostataka izrađenog modela (Slika 21).



**Slika 21. Normalizirani papir vjerojatnosti za vanjski promjer cilindra**

Iz gornje je slike vidljivo da nema velikih odstupanja niti obrasca raspodjele podataka. Donja slika prikazuje odnos stvarnih i modelom izračunati, odnosno predviđenih vrijednosti (Slika 22).



**Slika 22. Usporedba stvarnog i modelom izračunatog odziva za vanjski promjer cilindra**



Iz gornje je slike vidljivo da se vrijednosti dobro podudaraju. Završni matematički model s kodiranim vrijednostima faktora glasi:

$$D = 20,16 - 0,015 \cdot A + 8,625 \cdot 10^{-3} \cdot B - 0,012 \cdot C - 9,375 \cdot 10^{-3} \cdot A \cdot B.$$

### 8.3. Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem unutarnjeg promjera cilindra i izrada matematičkog modela za opisivanje utjecaja parametara mjerenja na unutarnji promjer

Nakon statističke obrade rezultata dobivenih mjerenjem unutarnjeg promjera cilindra pristupilo se izradi matematičkog modela za opisivanje utjecaja parametara mjerenja na iznos unutarnjeg promjera cilindra, to jest modela kojim će se ovisno o ulaznim parametrima moći izračunati vrijednost unutarnjeg promjera. Analiza varijanca prikazana je u donjoj tablici (Tablica 30).

**Tablica 30. ANOVA za matematički model za izračunavanje unutarnjeg promjera cilindra**

Izvor varijacije	Suma kvadrata odstupanja	Broj stupnjeva slobode	Srednji kvadrat odstupanja	F-vrijednost	p-vrijednost <i>Prob &gt; F</i>	Značajnost
Model	4,647E-003	4	1,162E-003	22,56	0,0142	značajan
Članovi modela						
A	1,985E-003	1	1,985E-003	38,53	0,0084	značajan
B	2,000E-004	1	2,000E-004	3,88	0,1434	neznačajan
C	1,741E-003	1	1,741E-003	33,80	0,0101	značajan
AB	7,220E-004	1	7,220E-004	14,02	0,0332	značajan
Ostatak	1,545E-004	3	5,150E-005			
Ukupno	4,802E-003	7				

- A - Beam Hardening filter (BH)
- B - Noise Reduction filter (NR)
- C - Surface determination (SD).

F-vrijednost modela od 22,56 ukazuje na značajnost modela jer je vjerojatnost da se tako velika vrijednost pojavi uslijed šuma samo 1,42 %.

Vrijednost „*Prob > F*“ manja od 0,05 za svaki pojedini član matematičkog modela je dokaz značajnosti njihovog utjecaja. U ovom su modelu značajni faktori A, C i AB. U donjoj su tablici

prikazane veličine koje služe za opisivanje kvalitete izrađenog matematičkog modela (Tablica 31).

**Tablica 31. Veličine za opisivanje kvalitete izrađenog matematičkog modela za izračunavanje unutarnjeg promjera**

Procjena standardne devijacije	7,176E-003
Aritmetička sredina	12,03
Koeficijent varijacije - %	0,060
<i>PRESS</i> (Predviđena suma kvadrata ostataka)	1,099E-003
$R^2$ – koeficijent determinacije	0,9678
$R_{adj}^2$ – prilagođeni koeficijent determinacije	0,9249
$R_{pred}^2$ – predviđeni koeficijent determinacije	0,7712
Aдекватna preciznost	14,101

Vrijednost  $R_{pred}^2$  od 0,7712 je usklađena s vrijednošću  $R_{adj}^2$  koja iznosi 0,9249. Adekvatna preciznost mjeri odnos veličina signala u odnosu na šum. Poželjan je omjer veći od 4. Kako u ovom slučaju on iznosi 14,101, jasno je da postoji primjeren signal, što znači da se ovaj model može koristiti za analizu u eksperimentalnom prostoru. U donjoj su tablici prikazane procjene koeficijenata, stupnjevi slobode, procijenjena standardna devijacija koeficijenata (standardna pogreška), donje i gornje granice intervala povjerenja i faktor inflacije za svaki član modela (Tablica 32).

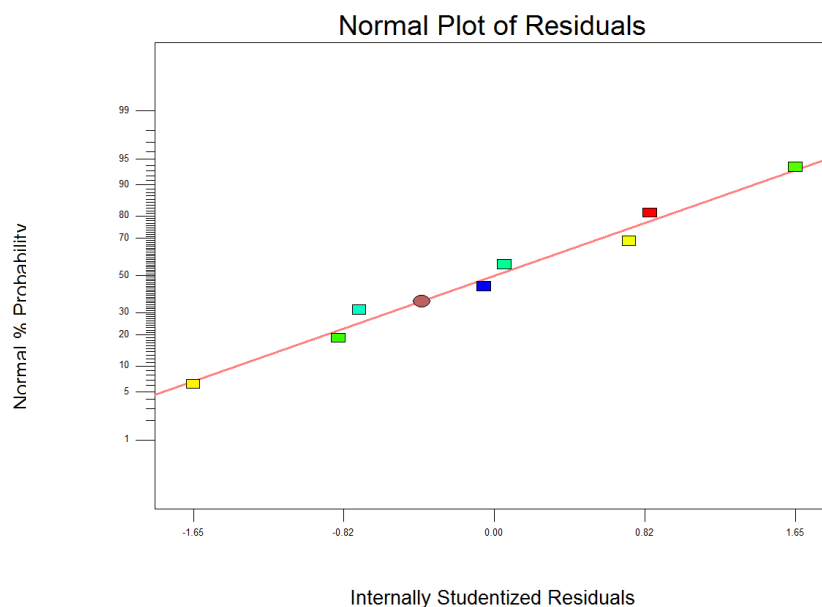
**Tablica 32. Statistički podaci svakog pojedinog člana za unutarnji promjer cilindra**

Član modela	Procjena koeficijenata	Stupnjevi slobode	Standardna pogreška	95 % interval povjerenja, donja granica	95 % interval povjerenja, gornja granica	Faktor inflacije varijance
Slobodni član	12,03	1	2,537E-003	12,02	12,04	
A	0,016	1	2,537E-003	7,675E-003	0,024	1,00
B	-5,000E-003	1	2,537E-003	-0,013	3,075E-003	1,00
C	0,015	1	2,537E-003	6,675E-003	0,023	1,00
AB	9,500E-003	1	2,537E-003	1,425E-003	0,018	1,00

Iznos faktora inflacije u vrijednosti od 1,00 ukazuje na ortogonalnost svakog pojedinog člana u odnosu na ostale članove modela. Na donjoj je slici prikazan normalizirani papir vjerojatnosti ostataka izrađenog modela (Slika 23).

Design-Expert® Software  
unutarnji promjer (d)

Color points by value of  
unutarnji promjer (d):

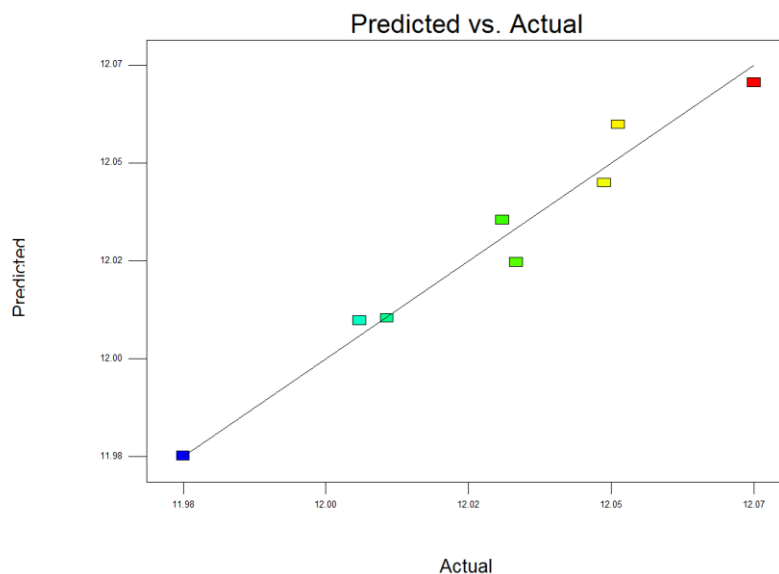


**Slika 23. Normalizirani papir vjerojatnosti za unutarnji promjer cilindra**

Iz gornje je slike vidljivo da nema velikih odstupanja niti obrasca raspodjele podataka. Donja slika prikazuje odnos stvarnih i modelom izračunatih, odnosno predviđenih vrijednosti (Slika 24).

Design-Expert® Software  
unutarnji promjer (d)

Color points by value of  
unutarnji promjer (d):



**Slika 24. Usporedba stvarnog i modelom izračunatog odziva za unutarnji promjer cilindra**

Iz gornje je slike vidljivo da se vrijednosti dobro podudaraju. Završni matematički model s kodiranim vrijednostima faktora glasi:

$$d = 12,03 + 0,016 \cdot A - 5,000 \cdot 10^{-3} \cdot B + 0,015 \cdot C + 9,500 \cdot 10^{-3} \cdot A \cdot B.$$

#### 8.4. Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem duljine cilindra i izrada matematičkog modela za opisivanje utjecaja parametara mjerenja na duljinu

Nakon statističke obrade rezultata dobivenih mjerenjem duljine cilindra pristupilo se izradi matematičkog modela za opisivanje utjecaja parametara mjerenja na iznos duljine cilindra, to jest modela kojim će se ovisno o ulaznim parametrima moći izračunati vrijednost duljine. Analiza varijanca prikazana je u donjoj tablici (Tablica 33).

**Tablica 33. ANOVA za matematički model za izračunavanje duljine cilindra**

Izvor varijacije	Suma kvadrata odstupanja	Broj stupnjeva slobode	Srednji kvadrat odstupanja	F-vrijednost	p-vrijednost <i>Prob &gt; F</i>	Značajnost
Model	5,888E-003	4	1,472E-003	109,37	0,0014	značajan
Članovi modela						
A	2,628E-003	1	2,628E-003	195,28	0,0008	značajan
B	2,531E-004	1	2,531E-004	18,81	0,0226	značajan

C	2,016E-003	1	2,016E-003	149,80	0,0012	značajan
AB	9,901E-004	1	9,901E-004	73,57	0,0033	značajan
Ostatak	4,037E-005	3	1,346E-005			
Ukupno	5,928E-003	7				

- A - Beam Hardening filter (BH)
- B - Noise Reduction filter (NR)
- C - Surface determination (SD).

$F$ -vrijednost modela od 109,37 ukazuje na značajnost modela jer je vjerojatnost da se tako velika vrijednost pojavi uslijed šuma samo 0,14 %.

Vrijednost „ $Prob > F$ “ manja od 0,05 za svaki pojedini član matematičkog modela je dokaz značajnosti njihovog utjecaja. U ovom su modelu značajni faktori A,B, C i AB. U donjoj su tablici prikazane veličine koje služe za opisivanje kvalitete izrađenog matematičkog modela (Tablica 34).

**Tablica 34. Veličine za opisivanje kvalitete izrađenog matematičkog modela za izračunavanje duljine**

Procjena standardne devijacije	3,669E-003
Aritmetička sredina	20,15
Koeficijent varijacije - %	0,018
$PRESS$ (Predviđena suma kvadrata ostataka)	2,871E-004
$R^2$ – koeficijent determinacije	0,9932
$R_{adj}^2$ – prilagođeni koeficijent determinacije	0,9841
$R_{pred}^2$ – predviđeni koeficijent determinacije	0,9516
Aдекватna preciznost	31,118

Vrijednost  $R_{pred}^2$  od 0,9516 je usklađena s vrijednošću  $R_{adj}^2$  koja iznosi 0,9841. Adekvatna preciznost mjeri odnos veličina signala u odnosu na šum. Poželjan je omjer veći od 4. Kako u ovom slučaju on iznosi 31,118, jasno je da postoji primjeren signal, što znači da se ovaj model može koristiti za analizu u eksperimentalnom prostoru. U donjoj su tablici prikazane procjene koeficijenata, stupnjevi slobode, procijenjena standardna devijacija koeficijenata (standardna

pogreška), donje i gornje granice intervala povjerenja i faktor inflacije za svaki član modela (Tablica 35).

**Tablica 35. Statistički podaci svakog pojedinog člana za duljinu cilindra**

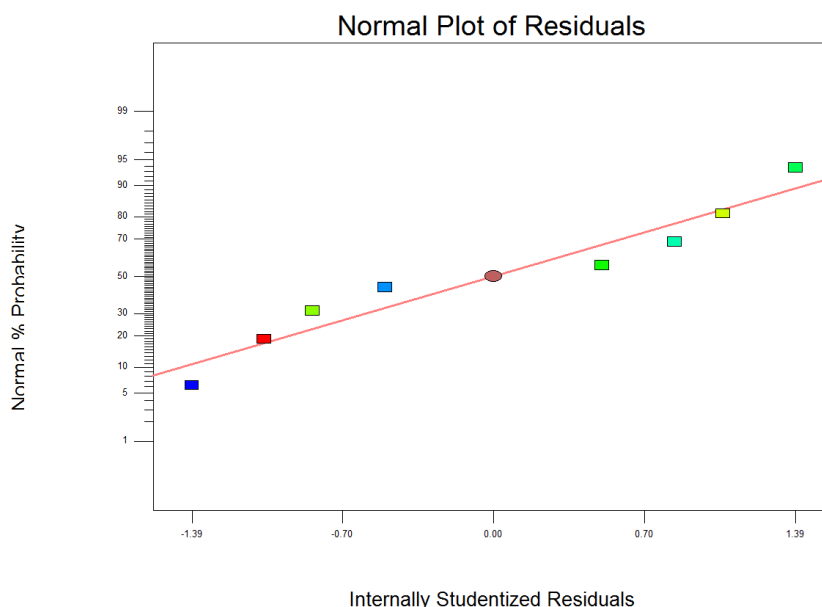
Član modela	Procjena koeficijenata	Stupnjevi slobode	Standardna pogreška	95 % interval povjerenja, donja granica	95 % interval povjerenja, gornja granica	Faktor inflacije varijance
Slobodni član	20,15	1	1,297E-003	20,14	20,15	
A	-0,018	1	1,297E-003	-0,022	-0,014	1,00
B	5,625E-003	1	1,297E-003	1,497E-003	9,753E-003	1,00
C	-0,016	1	1,297E-003	-0,020	-0,012	1,00
AB	-0,011	1	1,297E-003	-0,015	-6,997E-003	1,00

Iznos faktora inflacije u vrijednosti od 1,00 ukazuje na ortogonalnost svakog pojedinog člana u odnosu na ostale članove modela. Na donjoj je slici prikazan normalizirani papir vjerojatnosti ostataka izrađenog modela (Slika 25).

Design-Expert® Software  
duljina (l)

Color points by value of  
duljina (l):

20.196  
20.105

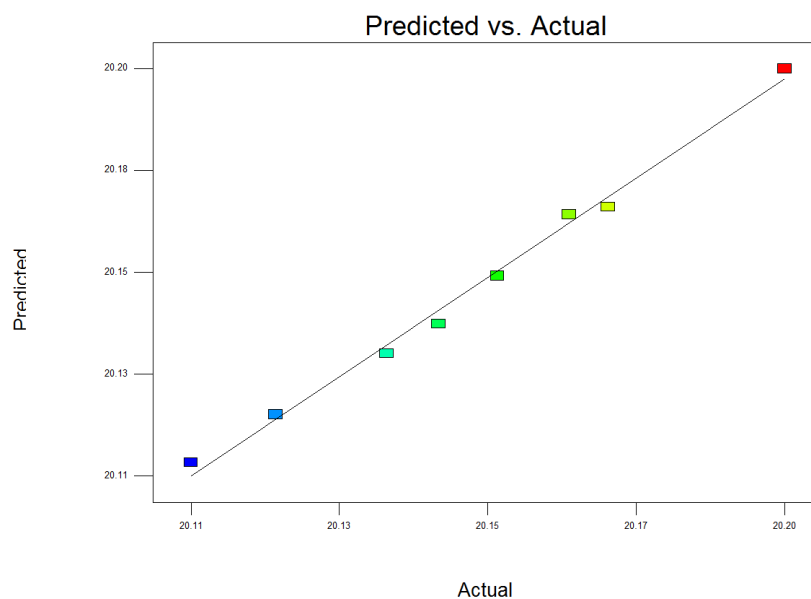


**Slika 25. Normalizirani papir vjerojatnosti za duljinu cilindra**

Iz gornje je slike vidljivo da nema velikih odstupanja niti obrasca raspodjele podataka. Donja slika prikazuje odnos stvarnih i modelom izračunati, odnosno predviđenih vrijednosti (Slika 26).

Design-Expert® Software  
duljina (l)

Color points by value of  
duljina (l):



**Slika 26. Usporedba stvarnog i modelom izračunatog odziva za duljinu cilindra**

Iz gornje je slike vidljivo da se vrijednosti dobro podudaraju. Završni matematički model s kodiranim vrijednostima faktora glasi:

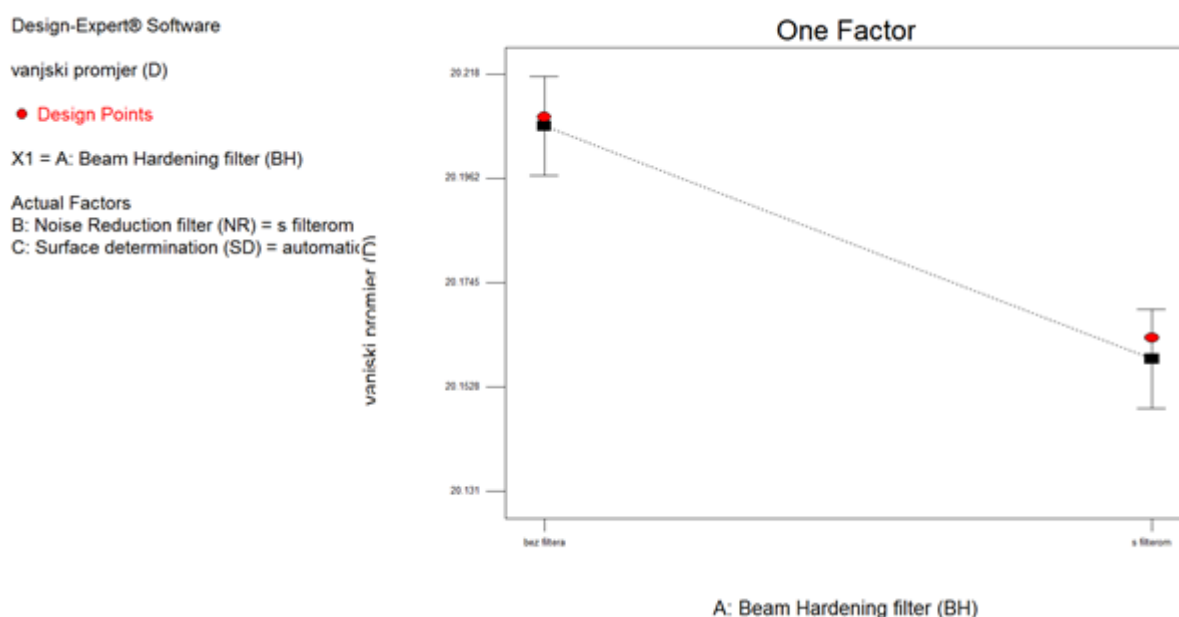
$$l = 20,15 - 0,018 \cdot A + 5,625 \cdot 10^{-3} \cdot B - 0,016 \cdot C - 0,011 \cdot A \cdot B.$$

## 8.5. Grafički prikaz značajnih razlika

U nastavku će grafički za svaki pojedini slučaj biti prikazan utjecaj značajnih faktora.

### 8.5.1. Grafički prikaz značajnih utjecaja za vanjski promjer cilindra

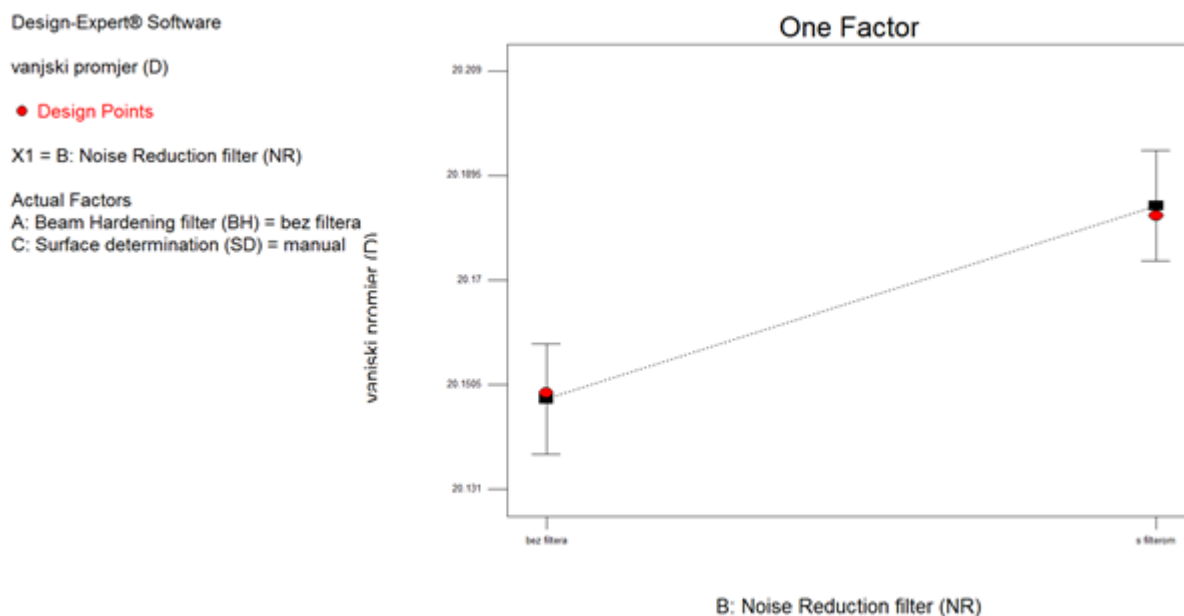
Prvo će se promatrati ponašanje rezultata vanjskog promjera s obzirom na faktor A. Na donjoj je slici prikazan utjecaj faktora A na vanjski promjer cilindra, dok su razine faktora B i C konstantne (Slika 27).



**Slika 27. Utjecaj faktora A na vanjski promjer cilindra**

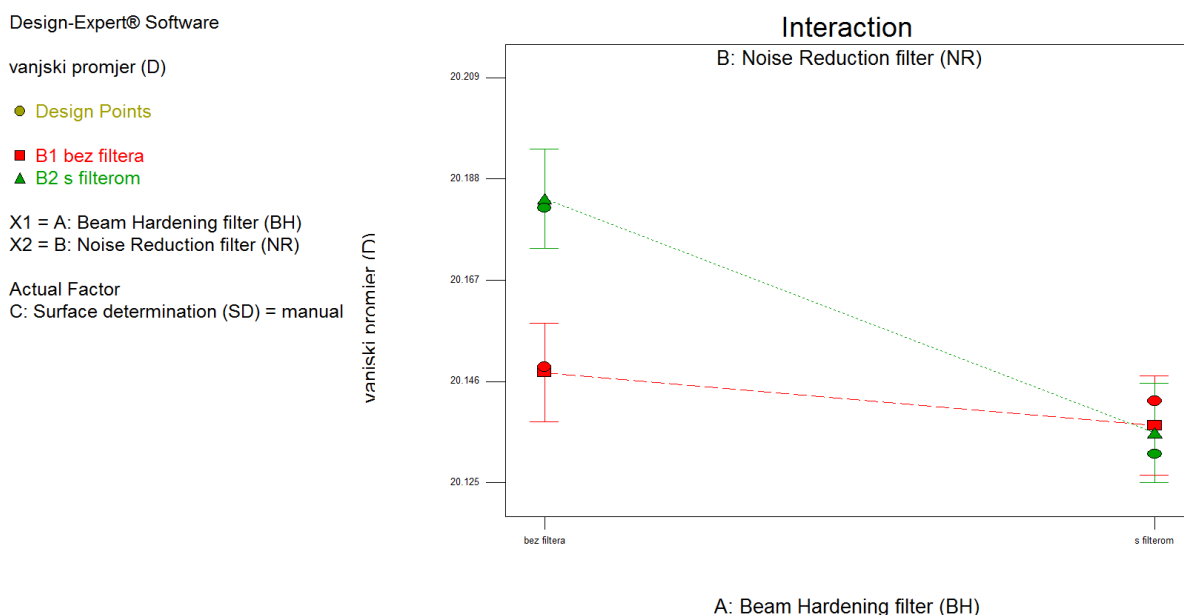
Crveni krug predstavlja stvarnu izmjerenu vrijednost, dok crni pravokutnik predstavlja vrijednost izračunatu matematičkim modelom. Uočljivo je kako su te vrijednosti veoma blizu, i za slučaj kada je faktor A bez filtera, a i kada je s filterom. Iz slike je vidljiva značajna razlika u vanjskom promjeru ovisno o razini faktora A. Utjecaj faktora B prikazan je na donjoj slici (Slika 28).





**Slika 28. Utjecaj faktora B na vanjski promjer cilindra**

Iz gornje je slike vidljivo kako su izračunate i stvarne vrijednosti vanjskog promjera za obje razine faktora B skoro pa identične. Također se može zaključiti da vanjski promjer cilindra varira značajno ovisno o razini faktora B. Sljedeće će se promotriti utjecaj interakcije AB (Slika 29).

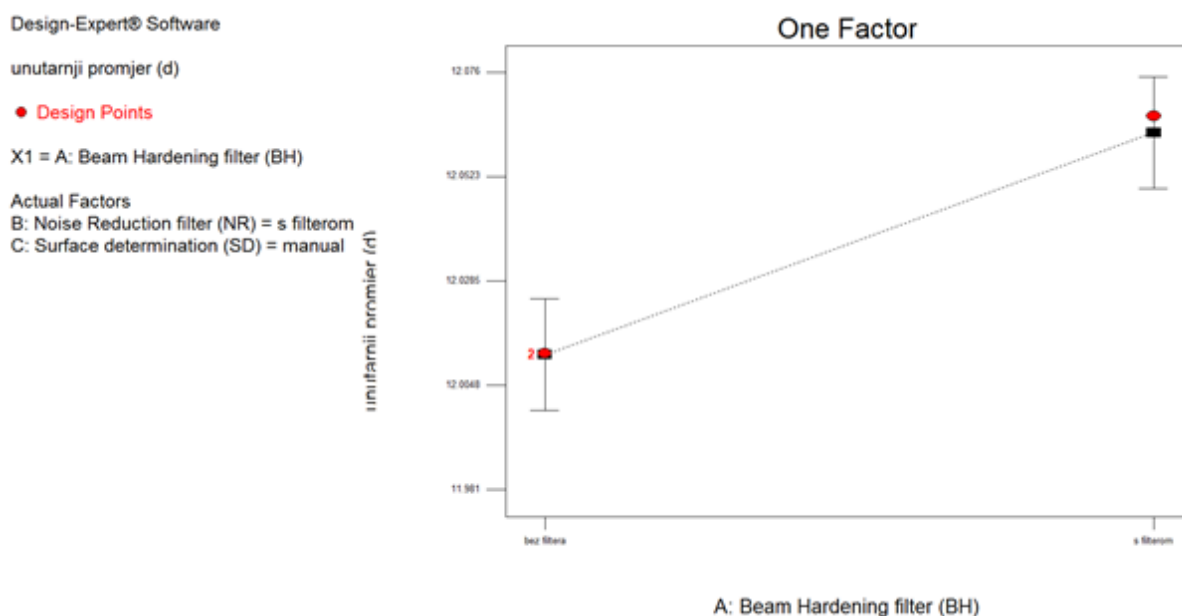


**Slika 29. Utjecaj interakcije AB na vanjski promjer cilindra**

Crveni pravac predstavlja stalnu razinu faktora B bez filtera, dok zeleni predstavlja razinu faktora B s filterom. Pri tome je na  $x$  osi prikazana promjena razine faktora A. Vidljivo je kako promjena razine faktora A dok je razina faktora B bez filtera nema značajan utjecaj na vrijednost vanjskog promjera. Suprotno tome, dok je vrijednost faktora B s filterom, vanjski promjer se značajno razlikuje s promjenom razine faktora A na s filterom.

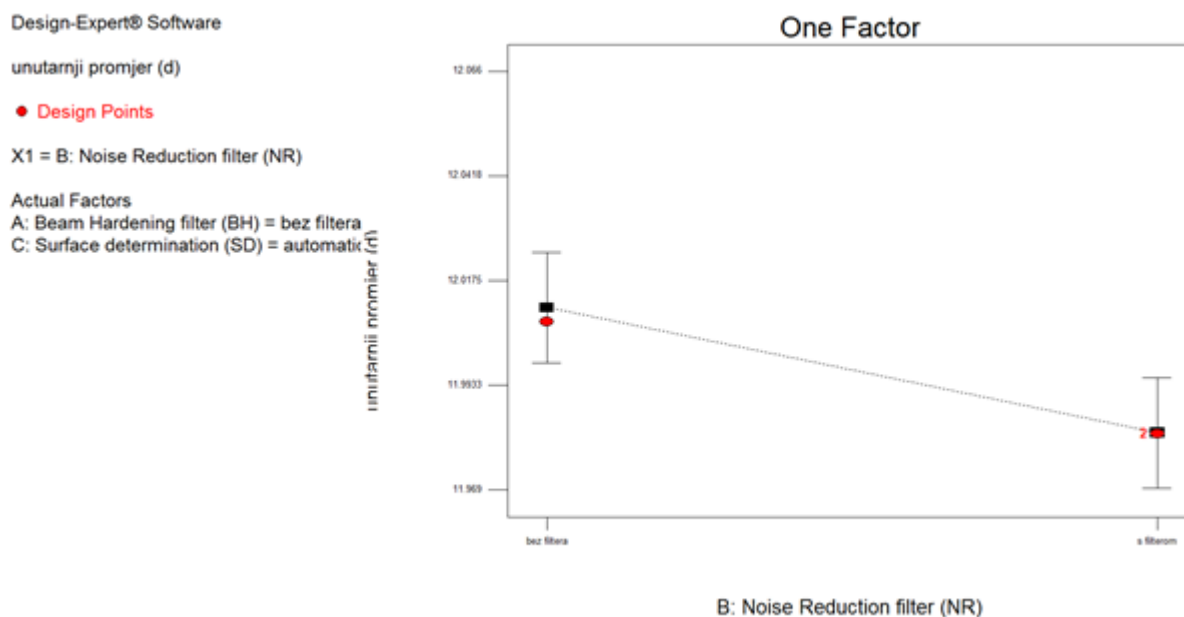
### 8.5.2. Grafički prikaz značajnih utjecaja za unutarnji promjer cilindra

Sada će se promatrati ponašanje rezultata unutarnjeg promjera s obzirom na faktor A. Na donjoj je slici prikazan utjecaj faktora A na unutarnji promjer cilindra, dok su razine faktora B i C konstantne (Slika 30).



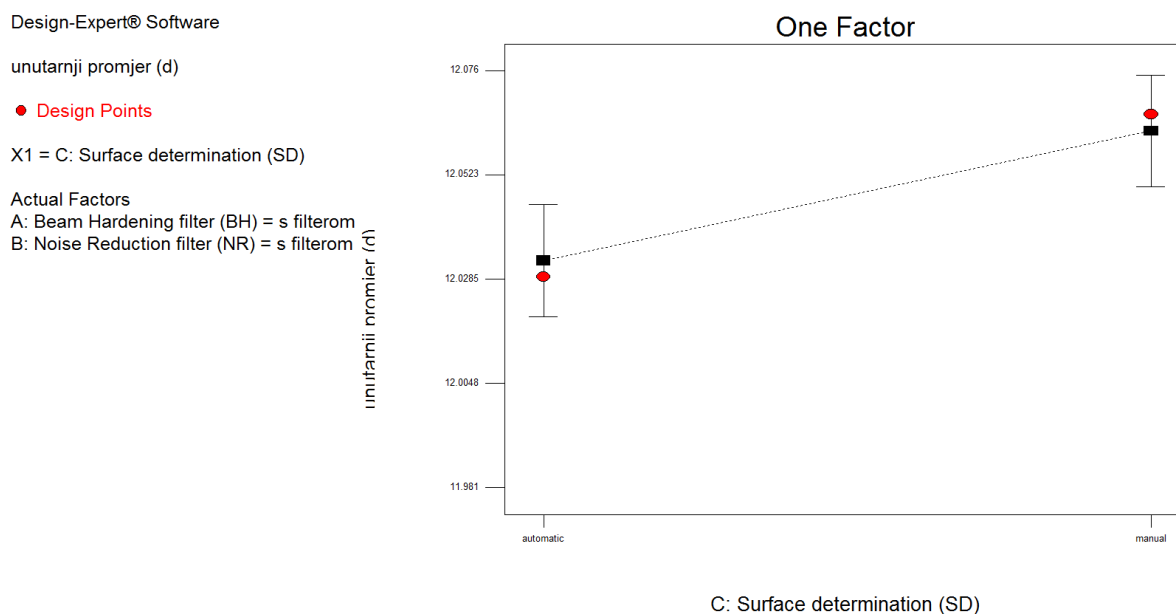
**Slika 30. Utjecaj faktora A na unutarnji promjer cilindra**

Iz slike se može zaključiti da unutarnji promjer značajno varira ovisno o postavljenoj razini faktora A, pri čemu su razine faktora B i C konstantne. Utjecaj faktora B na unutarnji promjer cilindra grafički je prikazan na donjoj slici (Slika 31).



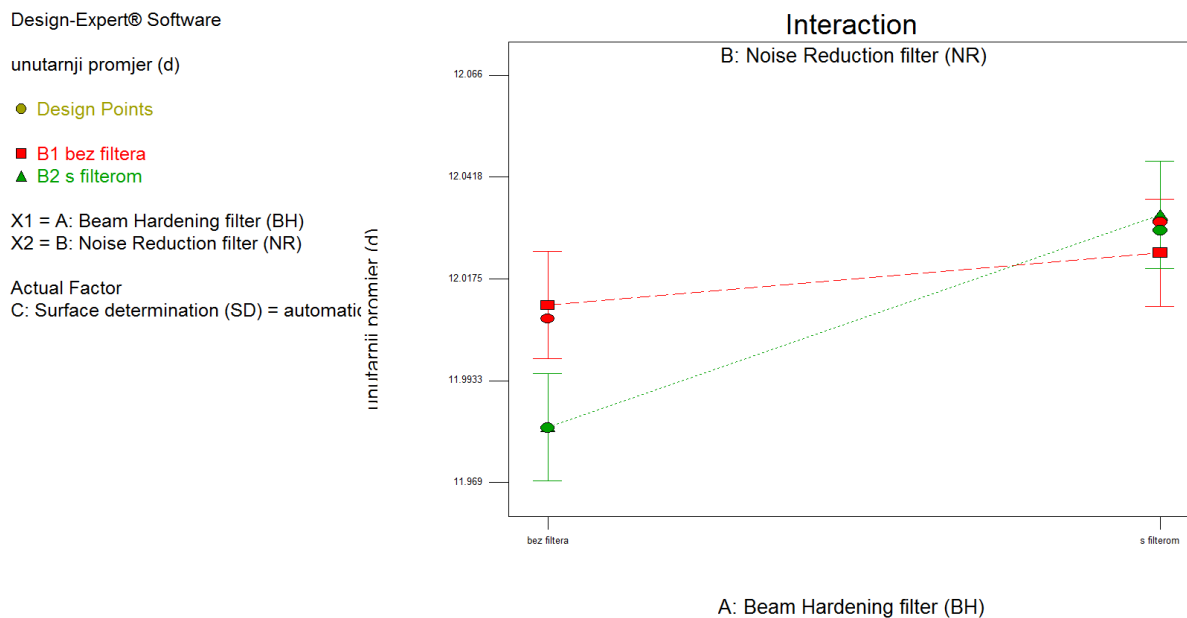
**Slika 31. Utjecaj faktora B na unutarnji promjer cilindra**

Prema gornjoj se slici može zaključiti da, uz konstantne razine faktora A i C, unutarnji promjer značajno varira ovisno o zadanoj razini faktora B. Ispod je grafički prikazan utjecaj faktora C na unutarnji promjer cilindra (Slika 32).



**Slika 32. Utjecaj faktora C na unutarnji promjer cilindra**

Iz gornje se slike može zaključiti da razina faktora C utječe na vrijednost unutarnjeg promjera cilindra. Također je korisno prikazati utjecaj interakcije AB (Slika 33).

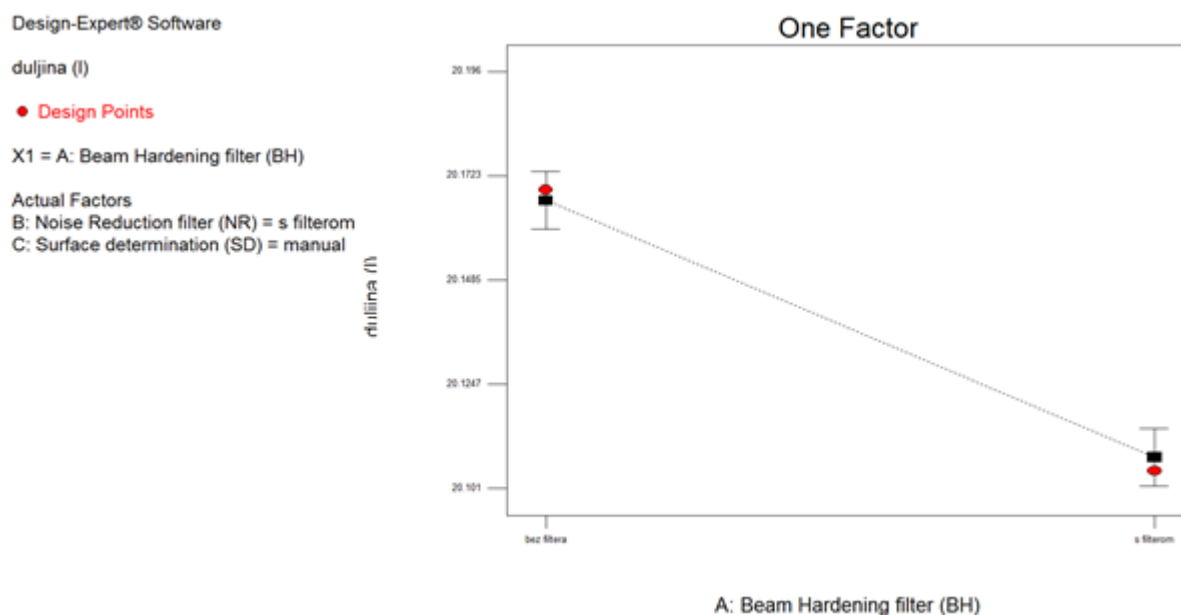


**Slika 33. Utjecaj interakcije AB na unutarnji promjer cilindra**

Crveni pravac predstavlja razinu faktora B bez filtera, dok zeleni predstavlja razinu s filterom. Vidljivo je da je utjecaj razine faktora A, dok je razina faktora B bez filtera, zanemariv na vrijednost unutarnjeg promjera. Suprotno tome, promjena razine faktora A, dok je razina faktora B s filterom, puno više utječe na iznos unutarnjeg promjera.

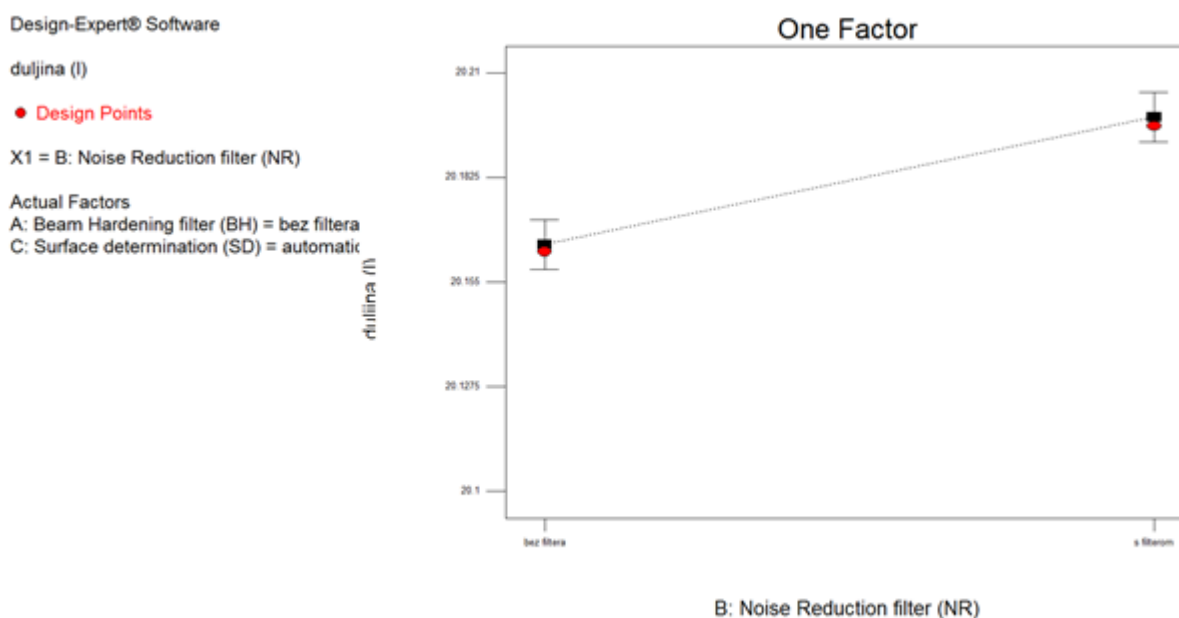
### 8.5.3. Grafički prikaz značajnih utjecaja za duljinu cilindra

Potrebno je još grafički prikazati ovisnost duljine cilindra o utjecaju pojedinih faktora. Prvo će se promotriti utjecaj faktora A (Slika 34).



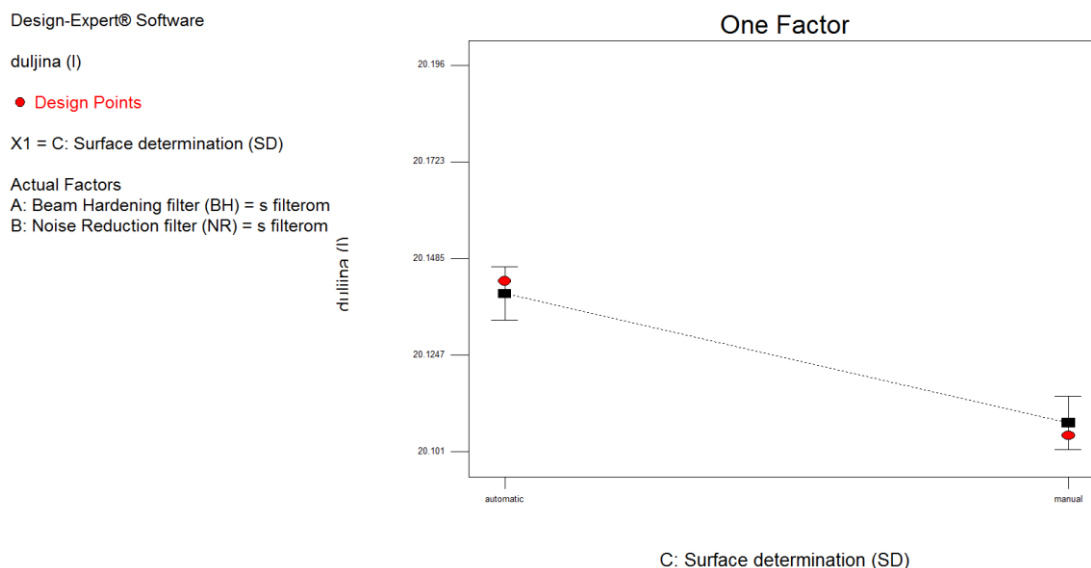
Slika 34. Utjecaj faktora A na duljinu cilindra

Iz slike se može zaključiti kako promjenom razine faktora A s bez filtera na razinu s filterom, i duljina cilindra značajno mijenja svoj iznos. Sljedeći faktor čiji će se utjecaj grafički prikazati je faktor B (Slika 35).



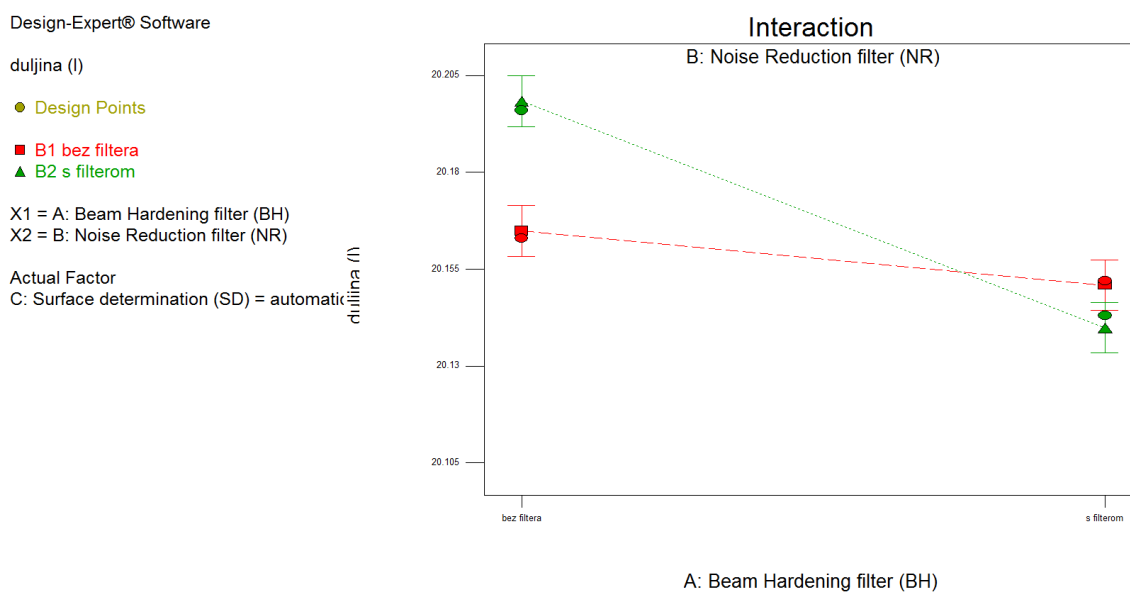
Slika 35. Utjecaj faktora B na duljinu cilindra

Promjenom razine faktora B, sa zadržavanjem postojećih razina faktora A i C, vidljiva je promjena u iznosu duljine cilindra, što znači da faktor B utječe na tu mjeru. Utjecaj faktora C prikazan je na donjoj slici (Slika 36).



**Slika 36. Utjecaj faktora C na duljinu cilindra**

Iz gornje je slike vidljiv utjecaj promjene razine faktora C na iznos duljine cilindra. Za kraj će grafički bit prikazan način na koji interakcija AB utječe na vrijednost duljine cilindra (Slika 37).



**Slika 37. Utjecaj interakcije AB na duljinu cilindra**

Crveni pravac predstavlja razinu faktora B bez filtera, dok zeleni predstavlja razinu s filterom. Iz slike se može zaključiti da postavljanjem razine faktora B na bez filtera, promjena razine faktora A neće imati značajan utjecaj na vrijednost duljine cilindra. Suprotno tome, ako je razina faktora B s filterom, promjena razine faktora A će utjecati na iznos duljine cilindra.

## 9. ZAKLJUČAK

Analiza istraživanja u bilo kakvom projektu uključuje sažimanje mase podataka koji su prikupljeni tijekom nekog vremenskog perioda te predstavljanje rezultata dobivenih analizom tih podataka. U većini dosadašnjih istraživanja glavni fokus je bio na analizi kvantitativnih podataka, što znači da se optimizacija vršila na osnovi zaključaka donesenih analizom tog tipa podataka. U novije se vrijeme sve više pažnje usmjerava prema kvalitativnim varijablama koje uvelike utječe na rezultate pojedinih procesa. Ovisno o vrsti nadgledanog procesa, broj potencijalno utjecajnih kvalitativnih parametara varira od nekoliko desetaka do nekoliko stotina. Analizom kvalitativnih podataka nastoji se otkriti cjelovitu sliku o nekom procesu, odnosno razumjeti ga u potpunosti. Kao i prilikom analize prikupljenih kvantitativnih varijabli, i kvalitativne je potrebno etiketirati i kodirati u svrhu utvrđivanja potencijalnih razlika i sličnosti. Čak i rezultati dobiveni analizom prethodno nestrukturiranog skupa kvalitativnih podataka mogu dati uvid u potencijalan utjecaj pojedinih parametara. Najveća razlika u odnosu na kvantitativne podatke je ta da istraživač nema primarni sustav za kodiranje pojedinih varijabli. Stoga je prikupljeni skup podataka potrebno analizirati, odnosno kategorizirati sve postojeće kvalitativne podatke. Danas postoji veliki broj računalnih programa koji su u mogućnosti analizirati kvalitativne podatke. Jedan od njih prikazan je u eksperimentalnom djelu rada. Unatoč razvijenim računalnim aplikacijama, i dalje je potrebno prethodno kategorizirati pojedine podatke te im dodijeliti određene razine, kao što je prikazano na primjeru analize potencijalnih utjecajnih parametara na mjere aluminijskog cilindra.



## LITERATURA

- [1] Australian Bureau of Statistics (ABS). Statistical Language – What are Variables?  
<http://www.abs.gov.au/websitedbs/a3121120.nsf/home/statistical+language+-+what+are+variables> (pristupljeno 22. listopada 2013.) .
- [2] StatTrek.com. What Are Variables?  
<http://stattrek.com/descriptive-statistics/variables.aspx>
- [3] The Pell Institute. Analyze Qualitative Data.  
<http://toolkit.pellinstitute.org/evaluation-guide/analyze/analyze-qualitative-data/>
- [4] B. Miles, Matthew; Huberman, A. Michael; Saldana, Johnny. Qualitative Data Analasys.
- [5] Scibilia, Bruno. Analyzing Qualitative Data, part 1: Pareto, Pie, and Stacked Bar Charts.  
<http://blog.minitab.com/blog/applying-statistics-in-quality-projects/analyzing-qualitative-data-part-1-pareto-pie-and-stacked-bar-charts> (pristupljeno 28. siječnja 2015.).
- [6] Martz, Eston. Explaining Quality Statistics So Your Boss Will Understand: Pareto Charts.  
<http://blog.minitab.com/blog/understanding-statistics/explaining-quality-statistics-so-your-boss-will-understand-pareto-charts> (pristupljeno 6. svibnja 2013.).
- [7] Scibilia, Bruno. Analyzing Qualitative Data, part 2: Chi-Square and Multivariate Analysis.  
<http://blog.minitab.com/blog/applying-statistics-in-quality-projects/analyzing-qualitative-data-part-2-chi-square-and-multivariate-analysis> (pristupljeno 28. siječnja 2015.).
- [8] Sundararajan, K. Design of Experiments – A Primer.  
<https://www.isixsigma.com/tools-templates/design-of-experiments-doe/design-experiments-%E2%90%93-primer/>
- [9] The Pennsylvania State University. STAT 503: Design of Experiments.  
<https://onlinecourses.science.psu.edu/stat503/node/6>
- [10] American Society for Quality. What Is Design of Experiments (DOE)?  
<http://asq.org/learn-about-quality/data-collection-analysis-tools/overview/design-of-experiments.html>

- [11] Explorable.com. Factorial Design.  
<https://explorable.com/factorial-design>
- [12] Montgomery. 2005. Statistics 514:  $2^k$  Factorial Design.  
<http://www.stat.purdue.edu/~yuzhu/stat514fall05/Lecnot/level2Dfall05.pdf>
- [13] Jain, Raj. 2006.  $2^k$  Factorial Designs.  
[http://www.cse.wustl.edu/~jain/cse567-08/ftp/k\\_172kd.pdf](http://www.cse.wustl.edu/~jain/cse567-08/ftp/k_172kd.pdf)
- [14] Glogović, Zlatko. 2010. Utjecaj parametara plinskog naštrcavanja na svojstva nanešenog sloja. Doktorski rad. Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Zagreb. 197. str.
- [15] Za statističku analizu i grafičke prikaze korištena je TRIAL verzija programa Minitab
- [16] Za statističku analizu i grafičke prikaze korištena je TRIAL verzija program DX7

## **PRILOZI**

### **I. CD-R disc**